COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 NOVEMBRE 1878.

PRÉSIDENCE DE M. FIZEAU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. Lœwy, en présentant à l'Académie, au nom de M. *Stéphan* et au sien, leur Mémoire relatif à la détermination des deux différences de longitude Paris-Marseille et Alger-Marseille, s'exprime comme il suit :

« Les résultats généraux de ce double travail ont été déjà communiqués par M. Stéphan, dans une lecture faite devant l'Académie, le 16 avril 1877.

» La publication actuelle renferme l'ensemble de toutes les opérations : les appareils astronomiques et électro-magnétiques dont nous avons fait usage y sont décrits d'une manière succincte, mais néanmoins suffisante pour l'intelligence complète de notre procédé; les observations y sont rapportées, dans leur ordre chronologique et sans élimination arbitraire, avec l'enchaînement des calculs de réduction auxquels elles ont donné lieu; enfin nous insistons spécialement sur la marche suivie pour évaluer les petites erreurs, de sources diverses, qui peuvent affecter chaque différence de longitude.

» Le soin que nous avons apporté à cette appréciation des erreurs probables pourrait paraître superflu, eu égard à la concordance des résultats individuels obtenus dans les soirées successives; mais cette concordance ne suffit pas pour caractériser la précision réelle de la moyenne. Des obser-

vations indépendantes, mais réitérées dans des conditions similaires, peuvent présenter un accord remarquable et cependant être entachées d'une erreur systématique considérable ; c'est seulement après une investigation de toutes les causes d'erreur possibles et une appréciation rationnelle de leurs influences respectives sur le résultat cherché que l'on possédera une idée juste de la précision finalement obtenue. Nous avons ainsi trouvé que l'erreur probable de chacune des deux différences de longitude s'élève à $\pm 0^s,011$. La réalité de cette limite d'exactitude est d'ailleurs corroborée par une autre considération.

» La détermination des longitudes Paris-Marseille et Alger-Marseille fait partie d'un ensemble d'opérations plus complet, ayant pour but de rattacher le réseau géodésique algérien au réseau français. J'ai effectué, en collaboration avec M. le commandant d'état-major Perrier, la mesure directe de la différence Paris-Alger, travail exposé dans un autre Mémoire que j'ai eu l'honneur d'offrir à l'Académie dans la séance du 29 juillet dernier. Or, si l'on examine les différences de longitude trouvées d'une manière indépendante pour les trois sommets du triangle Paris-Marseille-Alger, on constate que la fermeture de celui-ci est presque parfaite ; les petits écarts sont de l'ordre des erreurs probables calculées.

» Cette fermeture des triangles, qui est loin d'avoir été toujours réalisée d'une manière aussi satisfaisante dans les entreprises géodésiques antérieures ayant pour but, comme celle-ci, l'application de la télégraphie à la détermination des longitudes, constitue un gage sérieux de haute précision pour les résultats auxquels nous sommes parvenus.

» Le Mémoire est terminé par un court appendice, où nous indiquons la durée de la transmission des signaux entre Marseille et les deux autres stations.

» L'inégalité de vitesse avec laquelle se transmettent ces signaux par le conducteur aérien et par le câble sous-méditerranéen est frappante. Nous avons trouvé, en nombres ronds, pour le premier 36000 kilomètres à la seconde, et pour le second 4000 kilomètres seulement. Le temps directement déterminé pour la durée de la transmission des signaux entre Paris et Marseille, c'est-à-dire pour une distance de 863 kilomètres, est de $0^s,024$, tandis que celle trouvée entre Alger et Marseille par le câble est presque dix fois plus considérable ; elle est égale à $0^s,233$ pour une distance de 926 kilomètres. Ce second nombre n'exprime évidemment que le temps de la charge pour arriver dans les deux extrémités du câble à Marseille, à Alger, à un même potentiel électrique.

» Des recherches viennent d'être faites en Allemagne par M. le Dr Albrecht, au nom de l'Institut géodésique de Prusse, pour déterminer la vitesse de l'électricité et la vitesse relative de la transmission des signaux par les conducteurs aériens et par les câbles souterrains. Les résultats trouvés par les géodésiens allemands concordent d'une manière complète avec les valeurs relatives trouvées par nous il y a déjà quatre ans. Nos expériences ont été faites, comme nous venons de l'indiquer, pour le câble sous-méditerranéen, sur une longueur de 926 kilomètres, plus grande de 33 kilomètres que celle du câble souterrain allemand, et pour les fils aériens nous avons opéré sur une distance de 863 kilomètres, c'est-à-dire 27 kilomètres de plus qu'en Allemagne. En tenant compte de ces petites différences et en appliquant les corrections correspondantes, on arriva à un accord presque parfait. Les deux valeurs pour la vitesse de transmission par les conducteurs aériens ne diffèrent que de $0^s,001$, et la différence entre celles qu'on a obtenues pour le câble souterrain et sous-méditerranéen n'atteint pas $0^s,002$.

» Cet accord extraordinaire porterait à conclure que l'état d'installation, de conservation et de conductibilité des fils télégraphiques et des appareils dans les deux pays conduit à des effets électriques identiques. Mais je ne connais pas encore les détails des travaux de M. le Dr Albrecht, qui, dans une publication faite en octobre dernier, a indiqué seulement les résultats généraux de ses recherches. Il est donc impossible de préciser aujourd'hui si cet accord exceptionnel est purement accidentel ou s'il est un résultat forcé des conditions inhérentes au problème. Quoi qu'il en soit, les procédés que nous avons employés et les circonstances dans lesquelles nous avons opéré étant bien définis, nous espérons que les chiffres fournis dans le Mémoire ne seront pas sans intérêt pour les physiciens qui étudieront de nouveau la question délicate de la prorogation des courants galvaniques à travers les conducteurs, question qui a déjà donné lieu à tant de recherches importantes depuis qu'elle a été traitée d'une manière si remarquable par notre confrère M. Fizeau et par M. Gounelle. »

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la vision des couleurs, et particulièrement de l'influence exercée sur la vision d'objets colorés qui se meuvent circulairement, quand on les observe comparativement avec des corps en repos identiques aux premiers.* (Deuxième Extrait de l'Opuscule de M. E. CHEVREUL.)

« La première partie de cet Opuscule est relative à une série de re-

cherches purement expérimentales, exécutées avec l'intention de m'éclairer sur ce qu'il faut penser de l'hypothèse appelée *young-helmholtz*, par M. Holmgren, professeur de Physiologie à l'Université d'Upsal. Suivant cette hypothèse, il existerait trois couleurs fondamentales : le *rouge*, le *vert* et le *violet*; le jaune serait composé de *rouge* et de *vert*, et le bleu de *vert* et de *violet*.

» Personne plus que moi n'avait intérêt à savoir la vérité, car toutes mes recherches sur la vision des couleurs et sur la distinction des trois contrastes seraient erronées si l'hypothèse était vraie, et, conséquemment, l'opinion de Newton sur la composition de la lumière blanche, et l'interprétation donnée par Arago relativement à l'analyse de la lumière et à sa synthèse opérée par son *polariscope*, relativement aux couleurs mutuellement complémentaires; en outre, toutes les recherches qui n'ont pas cessé de m'occuper durant plus de cinquante-deux ans seraient inexactes, puisque l'interprétation des trois contrastes de couleurs est conforme à la composition de la lumière, d'après Newton, composition admise par Arago.

» A ma connaissance, ma loi du *contraste simultané* n'a été attaquée que par M. Plateau ([1]); mais j'ai démontré que, pour juger ce contraste, il avait réduit les couleurs juxtaposées à des zones tellement étroites, qu'elles présentaient le mélange des couleurs à la distance où M. Plateau les voyait.

» Quant à mes *cercles chromatiques*, ils ont été considérés, par M. Gruyer, comme nuisibles aux arts de la tapisserie des Gobelins. Je me borne à rappeler ma réponse à cette allégation, réponse imprimée dans les *Comptes rendus* ([2]).

» Il n'est peut-être pas superflu de rappeler ici que l'étranger s'occupe sérieusement de la disposition des yeux à bien voir les couleurs, lorsqu'il s'agit de recevoir des personnes demandant à entrer dans la marine de l'État et dans l'administration des chemins de fer. Une loi existe en Suède, depuis deux ans, pour éviter de recevoir des hommes incapables de voir les couleurs des signaux, en exigeant d'eux un certificat officiel attestant qu'ils les voient bien. J'ajoute qu'en France le Dr Favre se livre à des examens analogues pour l'administration du chemin de fer de Lyon à Marseille.

» Je ne puis être étonné de cet état de choses après avoir écrit, dans le livre *De la loi du contraste simultané des couleurs*, la phrase citée dans le *Compte rendu* de la séance du 22 de juillet 1878, relative à l'examen oculaire auquel je soumettais, déjà avant 1835, les teinturiers désireux d'entrer dans l'atelier des Gobelins (voir la p. 130).

([1]) *Comptes rendus*, 2 de novembre 1863, t. LVII, p. 713, et t. LVIII, p. 101.

([2]) *Comptes rendus*, 22 d'octobre 1872, t. LXXV.

§ I. — *Vision des couleurs matérielles en mouvement.*

» Exposons maintenant les expériences dont l'objet est de savoir si l'hypothèse de *young-helmholtz* doit faire rejeter la composition de la lumière blanche admise par Newton. Je préviens, avant tout, qu'il s'agit ici d'examiner des cas qui ne l'ont point été par les partisans de l'hypothèse; ce sont, à savoir, les phénomènes continus de la vision des couleurs en mouvement rotatif, depuis l'extrême vitesse jusqu'à la cessation du mouvement.

» Évidemment, en imaginant de recourir à un disque en mouvement rotatif sur lequel des couleurs se trouvaient, c'était un moyen de reconnaître la couleur que les matières colorées mélangées seraient capables de produire. Mais, pour que ce but fût atteint, ne fallait-il pas avoir la certitude que toutes les couleurs conserveraient entre elles la même aptitude à agir sur la rétine, indépendamment de la vitesse. Eh bien, ces expériences n'ayant point été faites, j'ai cru indispensable de les exécuter et de déterminer préalablement les couleurs des mélanges au moyen des types de mes *cercles chromatiques*. Ce sont ces expériences qui composent la première partie de mon Opuscule, et dont je vais présenter les résultats principaux.

» Le blanc, le noir et le gris, puis toutes les couleurs principales, ont été soumis isolément au mouvement rotatif, et toujours observés comparativement avec leurs identiques respectifs en repos; puis, toutes les couleurs ont été associées, d'abord chacune avec le blanc, le noir et le gris, puis entre elles.

» De plus, il ne faut pas oublier que tous les phénomènes visibles ont été ramenés autant que possible aux types des cercles chromatiques.

» Cette multitude d'expériences m'a conduit à des propositions générales que je vais énoncer dans les paragraphes suivants, après avoir donné une idée précise de l'idée qu'on doit se faire, toujours d'après l'expérience, de la vision des couleurs matérielles en mouvement rotatif.

» Il est indispensable de rappeler l'existence de deux principes généraux dans l'histoire de la vision des couleurs, le *principe de leur mélange* et le *principe de leur contraste*.

» 1. *Principe de mélange des couleurs.* — En comptant avec les artistes trois couleurs simples, le *rouge*, le *jaune* et le *bleu*, on compte trois couleurs binaires : l'*orangé*, formé *de rouge et de jaune*, le *vert*, formé *de jaune et de bleu*, et le *violet*, formé *de bleu et de rouge*.

» On admet que des proportions convenables des trois couleurs sim-

ples produisent zéro couleur, c'est-à-dire de la *lumière blanche*, si ce sont des mélanges de rayons lumineux, et du *blanc*, du *gris* et même du *noir* si ce sont des couleurs matérielles.

» 2. *Principe du contraste des couleurs.* — Il est diamétralement opposé au *principe du mélange*; il n'existe qu'à la condition que les couleurs soient séparées et parfaitement distinctes à la vue; c'est à partir de leur ligne de juxtaposition mutuelle que la différence des couleurs est plus grande; et, comme je l'ai prouvé, elles perdent en partie au moins ce qu'elles ont d'identique, proposition qui revient à dire que leur modification est produite sur la vue comme si la complémentaire de l'une des couleurs s'ajoutait à l'autre.

» Quel a été le résultat de l'observation de la vision de cercles rotatifs partagés en deux moitiés par une ligne diamétrale, l'une des moitiés étant blanche et l'autre noire, grise ou d'une couleur quelconque?

» Le résultat a été le mélange uniforme de ce qui était visible sur les deux moitiés, conformément au *principe du mélange des couleurs.*

» Enfin, quand le mouvement était réduit au maximum de 150 à 120 et au minimum à 60 tours par minute, alors le mélange commençait à se défaire, et, si une moitié du cercle était blanche et l'autre d'une couleur a, la moitié blanche présentait la complémentaire c de a; dans cette condition de mouvement, le cercle offrait donc à l'œil deux *couleurs mutuellement complémentaires,* conformément au deuxième principe, le *principe du contraste des couleurs.*

» Ainsi, entre mes mains, et d'après le *principe fondamental de la méthode a posteriori expérimentale,* le même appareil peut donc servir à démontrer les deux principes diamétralement opposés de la vision des couleurs.

» Ajoutons qu'entre les deux extrêmes de phénomènes il en est d'intermédiaires extrêmement intéressants, comme on va le voir, et qu'on ne pouvait pas plus prévoir que l'apparition sur un carton blanc de la complémentaire c d'une couleur a, soumise à un mouvement de rotation d'une vitesse convenable.

§ II. — *Des variations de ton d'après la clarté du jour.*

» On aurait une idée fort imparfaite de la vision des couleurs matérielles en mouvement de rotation en se bornant à l'étude des phénomènes rentrant dans le *principe du mélange des couleurs,* produits par les vitesses les plus grandes, et ceux qui le sont par des vitesses comprises entre 160

et 60 tours par minute, phénomènes qui rentrent dans le *principe du contraste des couleurs*. La raison en est que des phénomènes nouveaux se manifestent par des mouvements de rotation intermédiaire entre les deux extrêmes.

» Rien de plus instructif que la diversité des résultats que l'on peut observer entre le *noir de fumée non calciné*, associé au blanc à étendue égale, et le *noir de fumée calciné*, associé au même blanc; mais n'exagérons rien, les différences ne sont pas grandes : elles ne concernent que des *différences de ton*, et, heureusement, on observe en même temps que ces différences ont un accord parfait entre les cercles rotatifs, eu égard à des phénomènes d'une importance que je ne crois pas exagérer en la qualifiant de majeure. Quant aux différences de ton, elles me paraissent dépendre seulement de la clarté du jour où on les observe.

» A la clarté du jour la plus vive, sans être celle du rayon de soleil, les résultats ont été les suivants :

Noir de fumée non calciné........	moitié	Noir de fumée calciné...........	moitié
Blanc..........................	moitié	Blanc..........................	moitié
1. *Mouvement rapide*..	Gris légèrement verdâtre, ton 4	1. *Mouvement rapide*..	Gris bleuâtre, ton 4,5.
2. *Mouvement ralenti*..	Couleur au-dessous du ton 1 *Couleurs séparées* : *Noir*, plus haut que le norme. *Blanc*, teinté de jaune orangé.	2. *Mouvement ralenti*..	Couleur au-dessous du ton 1. *Noir*, plus haut que le norme. *Blanc*, teinté de jaune plus décidément orangé que le précédent.

» Par une journée très-sombre, les résultats ont été différents :

Noir de fumée non calciné........	moitié	Noir de fumée calciné...........	moitié
Blanc..........................	moitié	Blanc..........................	moitié
1. *Mouvement rapide*..	Gris légèrement jaunâtre, ton 6.	1. *Mouvement rapide*...	Gris bleuâtre, ton 4.
2. *Mouvement ralenti*..	Au-dessous du ton 1.	2. *Mouvement ralenti*...	Au-dessous du ton 1.

» En définitive, par un mouvement rapide :

Par un temps clair...	Le noir de fumée non calciné donne un gris jaunâtre, ton 4. Le noir de fumée calciné donne un gris bleuâtre, ton 4,5.
Par un temps sombre..	Le noir de fumée non calciné donne un gris légèrement jaunâtre, ton 6. Le noir de fumée calciné donne un gris normal, ton 4.

§ III. — *Des différences de ton et de couleur d'après la diversité des vitesses, depuis la plus grande jusqu'au repos.*

» Certes, un des faits généraux les plus remarquables de ces recherches

est celui que présente le *blanc* associé à des étendues superficielles égales de *noir*, de *gris normal* et de *verts foncés*.

» Pour fixer les idées, on peut distinguer la durée du phénomène pour chaque expérience en trois phases :

» *Première phase*. — Elle commence à l'extrême vitesse de rotation, et l'observateur doit fixer la couleur du mélange et l'élévation de son ton.

» Il arrive, pour les associations précitées, que le ton s'abaisse jusqu'au premier ton et même au-dessous sans cesser de paraître homogène à l'œil. Le minimum de ton est la fin de la première phase.

» *Deuxième phase*. — Elle commence à l'apparition d'une *moire*, qui est le commencement de la séparation des couleurs. Elle finit avec la séparation des couleurs l'une de l'autre.

» *Troisième phase*. — Les couleurs sont nettement séparées, et c'est l'occasion de faire remarquer que les *noirs matériels* ont, à l'instar du *bleu*, une complémentaire *orangée*, résultat conforme au dicton des teinturiers : que le *noir est un bleu foncé* et le *bleu un noir clair*, dicton que j'ai cité plus d'une fois à l'Académie.

» Les verts foncés du 15 au 18 ton sont dans le cas du noir par le fait de leur association avec le blanc.

» Rien ne faisait prévoir qu'une étoffe teinte aux Gobelins, vert ton 15 associé au blanc, donnerait un vert rabattu à $\frac{8}{10}$ de noir ton 3, et descendrait au ton 1, et, fait encore imprévu, que, le mouvement diminuant, le vert, en perdant du jaune, bleuirait, si le temps était très-clair, sans pourtant que le Soleil frappât la couleur, et que, le jaune se manifestant plus tard, on obtiendrait enfin un contraste entre un *vert ton* 12 et un *rouge ton* 1,3.

» Un vert ton 5, associé au blanc, donne un vert légèrement rabattu ton 2,5, qui descend au-dessous du ton 1, et enfin un contraste, *vert ton* 4 et *rouge ton* 2.

» Les observations sur les phénomènes du vert associé au blanc, y compris les feuilles vertes des pivoines et des figuiers, soumis au mouvement rotatif, sont nombreuses, non-seulement l'abaissement du ton, mais des phénomènes apparaissant postérieurement. Par exemple, le Soleil abaisse le ton du jaune vert de la feuille de figuier en repos, et, quand elle subit le mouvement rotatif et que les couleurs se séparent, du violâtre apparaît encore, plus tard du jaune se manifeste, et enfin contraste

De jaune vert.............	ton 17
De violet rouge...........	ton 1.

» Des faits nombreux et imprévus, outre les précédents, sont encore

compris dans la première Partie de l'Opuscule ; mais je ne pourrais en parler sans des détails que le règlement des *Comptes rendus* interdit : je me borne à faire remarquer, pour que cette seconde Note échappe au reproche de la brièveté ou pour prévenir la critique de l'excès des détails dans cette *première Partie*, que, sans ces détails, les faits nouveaux composant la *seconde Partie* de l'Opuscule n'eussent pas été appréciés, et l'expression précise et exacte du *contraste simultané de couleur et de ton*, aussi bien que celle du *contraste successif* et du *contraste mixte*, examinés au point de vue statique et au point de vue dynamique, eût été impossible. »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la dilatation des corps échauffés et sur les pressions qu'ils exercent.* Note de M. DE SAINT-VENANT.

« Les Communications de M. Maurice Lévy, des 23 et 30 septembre 1878 (*Comptes rendus*, p. 449, 486), sur une loi relative à la dilatation des corps et sur l'action moléculaire dans ses rapports avec la température, ont attiré l'attention des savants, et ont été spécialement, de la part de M. Weber, le 7 octobre (p. 517), et de M. Boltzmann, le 22 (p. 593), l'objet de remarques auxquelles M. Lévy a répondu les 14 et 28 du même mois (p. 554, 649), ainsi que le 4 novembre (p. 676).

» Je pense que, pour arriver en pareille matière à des conséquences sûres, il y aurait nécessité de prendre en considération, au lieu de les regarder comme négligeables, des éléments analytiques qui sont du second ordre pour la grandeur habituelle, mais qui subsistent à l'exclusion de ceux du premier ordre, en sorte qu'ils sont ici d'une importance souveraine, comme je crois l'avoir démontré dans une Note du 3 janvier 1876, intitulée : *De la manière dont les vibrations calorifiques dilatent les corps*, et déjà vers la fin d'une Communication faite à la Société Philomathique le 20 octobre 1855.

» Je disais dans cet écrit, inséré à un Recueil peu répandu :

« Reste à expliquer, par des vibrations atomiques, si la chaleur n'est pas autre chose, les dilatations produites dans les corps par l'échauffement; cela est facile si l'on attribue à l'action entre atomes une loi en rapport avec tous les faits, ou si l'on admet que leur répulsion (positive ou négative) croît habituellement plus vite quand les distances diminuent qu'elle ne décroît quand les distances augmentent à partir d'une même grandeur; ce qui revient à regarder *le coefficient différentiel du second ordre de cette répulsion*, pris par rapport à la distance, comme étant *habituellement positif*. »

» En effet, dans un système réduit à deux atomes en vibration, la moyenne, prise par rapport au temps, des distances où ils se seront trouvés successivement l'un de l'autre, aura été ainsi forcément plus grande que la distance d'*équilibre* ou de changement de signe de l'action, vu la résistance moyenne plus considérable de ces deux atomes au rapprochement qu'à l'écartement. D'où l'on peut conclure, en considérant un ensemble moléculaire, que les vibrations calorifiques, tout en pouvant affecter en sens différents les couples consécutifs à chaque instant, ont pour effet d'augmenter, pour tous, l'écartement moyen, et, par suite, d'accroître les dimensions visibles et mesurables, ou de dilater les corps.

» Je continuais:

« On voit ainsi que, si l'on veut ramener mathématiquement les lois de la chaleur à celles des actions atomiques, il faut tenir compte, dans le calcul, des quantités ou termes du second ordre des développements de l'action atomique développée par de petits changements des distances des atomes, ou de la *courbure* de la ligne qui figure sa loi. »

» J'ajoutais (1855) que, comme cette ligne courbe a nécessairement, pour certaines distances plus grandes que celle d'équilibre, une inflexion au delà de laquelle la courbure change de sens (ce qui explique les ruptures, peut-être même les liquéfactions), on peut s'expliquer comment, aux abords du passage de l'état solide à l'état liquide ou réciproquement, la communication d'une quantité de chaleur nouvelle produit quelquefois une contraction au lieu d'une dilatation : dans l'eau, par exemple, comme le rappelle M. Boltzmann.

» 2. J'ai tâché, dans la Note de 1876, d'appliquer à cela le calcul.

» En considérant deux atomes qui exercent l'un sur l'autre une action $f(r)$, action tantôt répulsive, tantôt attractive, selon la grandeur de leur distance mutuelle r, et dont l'un, pour plus de clarté, est supposé immobile, puis en prenant pour inconnue le petit excédant

$$\imath = r - r_0$$

de leur distance r au temps t sur celle d'équilibre r_0, en sorte que

$$f(r_0) = 0,$$

on a une équation différentielle

$$(1) \qquad m\frac{d^2\imath}{dt^2} = f(r) = f(r_0 + \imath) = \imath f'(r_0) + \frac{\imath^2}{2}f''(r_0) + \frac{\imath^3}{2.3}f'''(r_0) + \ldots$$

» Si l'on ne conserve que le terme $\iota f'(r_0)$ du développement, l'intégrale donne, en faisant

$$(2) \qquad \frac{f'(r_0)}{m} = -a^2 \quad \text{et} \quad \frac{d\iota}{dt}\,(\text{pour } t = 0,\ \iota = 0) = v_0,$$

un mouvement simplement pendulaire

$$(3) \qquad \iota = \frac{v_0}{a}\sin at.$$

» Alors la moyenne $\frac{1}{t}\int_0^t r\,dt$ des distances, pour un ou plusieurs temps périodiques $\frac{2\pi}{a}$, est simplement égale à la distance d'équilibre r_0, et l'on n'obtient *aucune* dilatation du système des deux atomes.

» Mais il en est autrement si l'on tient compte des termes qui suivent, dont il suffit de considérer celui qui est affecté à la fois du carré de la *course* ι et de la dérivée seconde de la répulsion atomique spécifiée pour la situation $r = r_0$. On voit alors que la distance moyenne, pour un temps $\frac{2\pi}{a}$, diffère de cette dernière distance et l'excède si $f''(r_0)$ est positif. L'excès obtenu, ou la dilatation produite par le mouvement, est en raison directe, non-seulement de l'énergie $\frac{mv_0^2}{2}$ de ce mouvement (énergie tant potentielle qu'actuelle, constamment et justement égale à l'énergie *actuelle* au passage par l'état d'équilibre $r = r_0$ où la vitesse est v_0), mais encore de la dérivée seconde $f''(r_0)$, et est en raison inverse du carré de la dérivée première $f'(r_0)$ (1).

» 3. Si, au lieu de chercher ainsi la dilatation que la vibration donne à ce système de deux points dont un est libre, on désire se faire quelque idée de la *pression* qu'un ensemble atomique, tel qu'un corps ou une portion de corps, peut exercer, par cela seul qu'il vibre, sur son enveloppe supposée rigide, ou plus généralement sur ce qui l'entoure, on n'a qu'à supposer qu'un seul point matériel se meut entre deux points immobiles situés à une distance fixe $2r_0$ l'un de l'autre, et qui exercent sur lui deux

---

(1) On est arrivé simplement à ce résultat de 1876 par une méthode d'approximations successives pouvant être poussée aussi loin qu'on veut, et que M. Boussinesq m'a engagé à employer de préférence à une intégration compliquée par fonction elliptique qui en aurait masqué la loi, et qui d'ailleurs, elle-même, n'eût offert toujours qu'une approximation, vu la nécessité de se borner à deux ou trois termes du dernier membre de l'équation (1).

répulsions opposées (positives ou négatives)

(4) $$f(r_0+v)=f(r_0)+vf'(r_0)+\frac{v^2}{2}f''(r_0)+\ldots,$$

(5) $$f(r_0-v)=f(r_0)-vf'(r_0)+\frac{v^2}{2}f''(r_0)+\ldots.$$

On aura, en prenant la différence, une équation de son mouvement telle que

(6) $$\frac{d^2v}{dt^2}=2vf'(r_0)+\ldots.$$

» En faisant $2f'(r_0)=-a'^2$ et en négligeant les termes non écrits, qui dans l'équation (6) ne sont que des ordres troisième, cinquième, ..., on a un mouvement pendulaire

(7) $$v=\frac{v_0}{a'}\sin a't.$$

» Il n'est pas question de dilatation dans un pareil système de trois points, dont les deux extrêmes sont fixes; mais le point mobile exerce sur chacun de ceux-ci une réaction ou pression (4) ou (5) qui est celle dont je suppose qu'on désire connaître la valeur moyenne p. Pour l'obtenir, remplaçons dans le développement de l'une ou l'autre de ces réactions, $f(r_0+v)$ par exemple, v par la valeur (7) $\frac{v}{a'}\sin a't$. Il vient

$$f(r_0)+\frac{f'(r_0)}{a'}v_0\sin a't+\frac{f''(r_0)}{2a'^2}\frac{v_0^2}{2}2\sin^2 a't.$$

La valeur moyenne de $\sin a't$ étant nulle, et celle de

$$2\sin^2 a't=1-\cos 2a't$$

étant $=1$ entre les limites $t=0$ et $t=\frac{2\pi}{a'}$, si l'on remplace, en outre, dans le dernier terme écrit, a'^2 par $-2f'(r_0)$, il vient, pour la pression moyenne exercée par la masse élémentaire vibrante sur son *enveloppe*,

(8) $$p=f(r_0)-\frac{f''(r_0)}{4f'(r_0)}\frac{v_0^2}{2},$$

résultat dont le second terme est positif si la dérivée $f''(r_0)$ est positive, car la dérivée $f'(r_0)=-\frac{a'^2}{2}$ est essentiellement négative [1].

---

[1] Cette sorte de considération, avec mise en compte, comme il est fait ici, des *dérivées*

» On voit que, tant sous le rapport de la dilatation d'un système libre, réduit ainsi à deux ou trois points, que sous celui de la pression qu'il exerce s'il est contenu ou simplement entouré, l'effet des vibrations dépend de la dérivée seconde de la fonction qui exprime l'intensité de ces actions atomiques en fonction des distances où elles s'exercent.

» 4. Ces résultats seront-ils détruits par des compensations mutuelles si, au lieu de deux ou trois atomes, on considère un corps se composant d'une multitude d'atomes? Nullement. On peut même voir facilement que de nouveaux termes du second degré, dus alors aux dérivées premières $f'(r)$, viendront s'ajouter à ce qui vient des dérivées secondes $f''(r)$.

» En effet, les distances nouvelles $r = r_0 + \imath$ des atomes deux à deux sont alors les racines carrées de sommes des trois carrés de leurs projections sur trois axes des x, y, z. On sait que, dans le calcul du potentiel ou de l'énergie des actions moléculaires, il faut absolument, en développant ces racines ou ces puissances $\frac{1}{2}$, comme ont fait Green et M. Neumann, dont j'ai été dans le cas de généraliser le procédé [1], tenir compte de *trois termes* polynômes des développements, dont le premier se réduit à r_0. Il en résulte, comme l'a fait voir M. Boussinesq dans un Mémoire trop peu remarqué [2], qu'il subsiste, dans l'évaluation de la moyenne de l'augmentation $\imath = r - r_0$ de la distance de deux atomes d'un corps, des termes proportionnels aux carrés des déplacements Δx, Δy, Δz, $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta z'$ des deux points (x, y, z), (x', y', z') que sépare cette distance

$$r = r_0 + \imath = r_0 + \Delta r_0.$$

» Et puis il y a à tenir compte encore, pour un ensemble, des *changements de direction* des lignes de jonction r des points matériels deux à deux. On sait, depuis les premiers travaux de Mécanique moléculaire de Cauchy et de Poisson, que ce sont, en conséquence, les dérivées de $\frac{f(r)}{r}$ plutôt que celles de $f(r)$ qui entrent naturellement dans les formules, ce qui produit de nouveaux termes du second degré capables d'influer.

---

du second ordre $f''(r)$ des actions, n'est-elle pas propre à remplacer, avec avantage, ces chocs brusques des molécules des gaz contre les parois de leurs récipients, avec réflexions multiples et répétées, que des savants distingués de nos jours ont inventés ou revivifiés, dans la vue de rendre compte mathématiquement des pressions exercées sur ces parois, etc.?

[1] Mémoire de mars 1863 sur la *Distribution des élasticités*, au Journal de M. Liouville de 1863, 6e note du no 3, p. 281. Voir aussi, sous le titre « Formules des augmentations... », une modification de son préambule, au t. XVI, 1871, même Journal.

[2] *Recherches...., sur la constitution moléculaire*, etc., même Journal, 1873, nos 19, 20, 28, pages 330 et 341.

» 5. Concluons que, si l'on peut très-bien accorder que les actions mutuelles des atomes, génératrices des pressions exercées tant intérieurement qu'extérieurement, sont constamment fonctions de leurs seules distances, et, par conséquent, indépendantes de la température du corps, c'est à la condition qu'il s'agisse de leurs distances *actuelles* et *réelles*, et non des distances de leurs situations *moyennes* pour un certain temps ; et que, si, dans les calculs quelconques dont ces pressions ou résultantes d'actions peuvent être l'objet, on ne fait entrer que les termes linéaires ou du premier degré des déplacements ou courses, de part et d'autre, de ces situations, on ANNULERA toute dilatation comme toute augmentation de pression par l'échauffement ([1]), et, par suite, TOUTE THERMODYNAMIQUE, bien que, par une alliance dont on n'apercevra pas la contradiction, l'on combine les termes de ce calcul incomplet, aboutissant à zéro, avec les équations exprimant ce qu'il y a de plus avéré dans cette belle et utile branche de la Mécanique. »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur l'énergie d'un corps et sa chaleur spécifique.* Note de M. R. CLAUSIUS.

« M. Lévy, dans sa réponse à M. Boltzmann ([2]), a cité deux fois mes opinions sur un point de la Théorie mécanique de la chaleur; mais il ne les a pas citées d'une manière tout à fait exacte, et il me semble nécessaire de donner à ce sujet quelques explications.

» Il s'agit d'une quantité U qui se trouve dans l'équation connue

$$dQ = dU + Apdv,$$

et qui est nommée par M. Zeuner *chaleur interne*, tandis que M. W. Thomson lui a donné un nom qui me semble plus convenable, celui d'*énergie* du corps. C'est la somme de la chaleur existant réellement dans le corps et de la chaleur consommée par le travail intérieur.

» En parlant du mouvement des molécules, M. Lévy dit :

« On doit conclure, avec Clausius, Rankine, Resal, etc., que la quantité $E\frac{dU}{dT}dT$, qui

---

([1]) Peu après ma Communication de 1855, M. Briot m'a dit penser aussi que la dilatation par la chaleur ne pouvait être due qu'à un terme affecté de la dérivée seconde de l'action moléculaire exprimée en fonction de la distance. Il paraîtrait que M. Resal en aurait eu aussi le sentiment, car il ne donne que dubitativement la conclusion qu'il tire d'une formule, à la fin du n° 21 de la 3e Partie de son *Traité de Mécanique générale*.

([2]) *Comptes rendus*, séance du 28 octobre, p. 649.

représente la différentielle de l'énergie actuelle moyenne de ce mouvement, ne dépend que de la température. »

» La définition donnée, qui se rapporte à l'énergie *actuelle* seule, ne correspond ni à mes opinions, ni, que je sache, à celles de M. Resal et de Rankine. Nous supposons plutôt que la quantité $E\frac{dU}{dT}dT$ contient, en général, de l'énergie actuelle et potentielle, d'où il suit que ce qui s'applique à l'énergie actuelle seule ne s'applique pas à cette quantité, et nous la considérons, en effet, comme dépendant de la température et du volume.

» Un peu plus bas, M. Lévy dit :

« Clausius, Rankine, Hirn, etc., vont même plus loin : ils admettent que la chaleur spécifique sous volume constant $\frac{dU}{dT}$ est une simple constante. »

» A cet égard, je me permets de faire remarquer que ce n'est pas la *chaleur spécifique sous volume constant* qui, d'après l'opinion énoncée par moi, est constante, mais la *vraie capacité calorifique,* laquelle peut être très-différente de la chaleur spécifique sous volume constant. »

M. Decaisne présente à l'Académie un Ouvrage intitulé : « Études phycologiques. Analyse d'algues marines, par M. *Gustave Thuret* », publié par les soins de M. le D[r] *Ed. Bornet*. Cet Ouvrage est illustré de 50 planches gravées.

(Renvoi à l'examen de M. Decaisne, pour en faire l'objet d'un Rapport verbal.)

RAPPORTS.

HYDRAULIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de M. Popoff, intitulé : « Nouvelles » recherches relatives à l'expression des conditions du mouvement des eaux » dans les égouts ».*

(Commissaires : MM. de la Gournerie, de Saint-Venant rapporteur.)

« L'auteur de ce travail considérable, sur lequel il désire avoir l'opinion de l'Académie, exprime que les formules connues des eaux courantes, appliquées comme on fait, fournissent pour les égouts des débits beaucoup

moindres que les débits effectifs [1]; d'où il suit que leur emploi habituel conduit à donner, à ces émissaires souterrains des eaux des villes, des dimensions ou des pentes bien plus fortes que celles qui leur sont nécessaires, ce qui implique leurs administrations dans des dépenses ruineuses.

» Il cherche donc des solutions nouvelles.

» Si l'on peut contester l'exactitude de sa manière de résoudre les questions y relatives, son travail a l'avantage d'en soulever un grand nombre, de récapituler des résultats peu connus et de présenter plusieurs considérations pratiquement utiles. Il mérite donc d'être examiné avec attention.

» Les formules de mouvement uniforme des eaux dont il se sert sont celles de Prony et d'Eytelwein, et surtout celles de M. Weisbach. Il convient d'abord de rapporter celles-ci et d'en préciser le sens.

» On sait que si l'on appelle, en employant nos notations ordinaires,

ω l'aire et χ le périmètre mouillé de la section liquide d'un courant uniforme;

$U=\frac{Q}{\omega}$ sa vitesse moyenne, quotient, par ω, du débit Q en mètres cubes par seconde;

L la longueur d'une portion d'un courant à air libre, ou celle d'un tuyau ayant son origine et son issue dans l'eau de deux réservoirs;

h la chute ou charge, différence des niveaux de la surface liquide aux deux extrémités de la partie L du courant libre, ou celle des niveaux des surfaces de l'eau des deux réservoirs que le tuyau unit;

$I=\frac{h}{L}$ la *pente constante*, par mètre, du courant libre;

J, dans le tuyau, la *pente fictive*, remplissant le même rôle, et à laquelle il faut donner la valeur suivante, afin de tenir compte de la portion de la charge h qui se trouve dépensée pour imprimer la vitesse moyenne U dans le tuyau;

$$(1)\quad J=\begin{cases}\text{ou } \dfrac{h-\dfrac{U^2}{2g}\left[1,11+\left(\dfrac{1}{m}-1\right)^2\right]}{L}=\dfrac{h-\dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{U}{\mu}\right)^2}{L} & (\text{où } \mu=0,82 \text{ si } m=0,62),\\[2ex] \text{ou } \dfrac{h-\dfrac{U^2}{2g}\left[1,22+\left(\dfrac{1}{m}-1\right)^2\right]}{L}=\dfrac{h-\dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{U}{\mu}\right)^2}{L} & (\text{où } \mu=0,79 \text{ si } m=0,62),\end{cases}$$

selon que le tuyau n'est qu'un court *ajutage*, ne faisant pas acquérir aux filets fluides, à leur sortie, des différences de vitesse comparables à celles qui existent à travers chaque

---

(1) Il cite à ce sujet diverses publications anglaises, telles que le *Compte rendu des réunions des ingénieurs civils; On the main drainage of London*, by Joseph Balzagette; opinions de MM. *Edwin Chadwick* et *Robert Rawlinson;* et, surtout, *Sanitary Enginering, a guide of construction of works of sewerage, and house-drainage*, by Baldwin Latham; 1873.

section dans un régime uniforme, ou selon qu'il est, au contraire, assez long pour que ces différences s'y établissent (¹);

» On sait, dis-je, que si, Π étant le poids du mètre cube du fluide, on appelle $\Pi b_1 U^2$ la résistance des parois par mètre carré, comme $\Pi\omega I$ ou $\Pi\omega J = \chi\Pi b_1 U^2$ est évidemment la condition de l'équilibre *dynamique* du fluide compris entre deux sections à l'unité de distance l'une de l'autre, on a

$$(2)\qquad \frac{\omega}{\chi} I \text{ ou } \frac{\omega}{\chi} J = b_1 U^2,$$

équation où b_1 est un coefficient, de dimension -1, quotient d'un nombre par l'unité linéaire.

» D'après les chiffres, donnés en pieds anglais $= 0^m,3048$ au Mémoire de M. Popoff, on a, en mètres : suivant M. Weisbach,

$$(3)\qquad \text{Canaux découverts,}\quad b_1 = 0,0003776 + \frac{0,0000221}{U},$$

ou à peu près ce qu'a donné Eytelwein; et suivant le même ou M. Bornemann,

$$(4)\qquad \text{Tuyaux coulant pleins,}\quad b_1 = 0,000191 + \frac{0,0001207}{\sqrt{U}},$$

tandis qu'Eytelwein propose $b_1 = 0,000280 + \frac{0,000022}{U}$, ou, plus simplement,

$$(5)\qquad b_1 = 0,000376.$$

» L'auteur cite encore M. Weisbach comme ayant donné pour calculer la vitesse dans un tuyau sous une charge h, ce qui résulte de la valeur (1) de J substituée dans (2), savoir :

$$(6)\qquad U = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right) + 2gb_1\frac{\chi L}{\omega}}}\left(\text{où } \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0,487 \text{ si } \mu = 0,82\right),$$

expression où M. Weisbach supprime le second des trois termes sous le

---

(¹) Navier et Belanger mettaient, entre les crochets, $1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2$, ce qui donne $\mu = 0,85$ au lieu de 0,82 que fournissent les expériences sur les ajutages, en posant une équation de mouvement où la demi-force vive translatoire perdue en tourbillonnements est $\frac{1}{2}\left(\frac{U}{m} - U\right)^2$ par unité de masse fluide écoulée, m étant le coefficient de contraction à son entrée dans le tuyau. M. Boussinesq a expliqué d'une manière très-plausible, par les différences de vitesse des divers filets fluides, etc., l'addition à faire de 0,11 ou de 0,22, suivant les cas, à ce binôme entre crochets.

radical si l'eau sensiblement stagnante du réservoir supérieur entre dans le tuyau sans contraction ;

» Et où il supprime même le premier terme 1 si l'eau entre avec la vitesse U déjà acquise, ou même si la longueur L du tuyau est assez grande pour que le dernier terme domine ; d'où

$$(7) \qquad U = \sqrt{\frac{1}{b_1}\frac{\omega}{\chi}\frac{h}{L}} \left[\text{la même que (2), en remplaçant I ou J par } \frac{h}{L}\right].$$

» Ceci posé, pour se faire facilement une idée du travail de M. Popoff, il convient d'étudier les *applications* 1, 2, 3, 4, 5 qu'il donne à la fin de son Mémoire, et l'*Appendice* qui le suit.

» Dans la *deuxième application*, il se demande quelle vitesse U aura l'eau à la sortie d'un égout ou gros tuyau horizontal, ayant L = 410 mètres de longueur et une section circulaire de $2^m,1336$ de diamètre, si l'eau y est injectée horizontalement avec une vitesse $U_0 = 1^m,2192$ (4 pieds) par seconde.

» Aucune des formules connues ne permet, dit-il, de résoudre cette question, car elles ne s'appliquent pas aux canaux ou conduits sans pente ou sans charge motrice. Il la résout en posant une équation

$$(9) \qquad \frac{U_0^2}{2} - \frac{U^2}{2} = \frac{\chi L}{\omega} g b_1 U^2,$$

qui est du quatrième degré en $\sqrt{U}$ lorsqu'on met pour b_1 l'expression (4) que lui assigne Weisbach, et il trouve, au moyen d'une table calculée d'avance,

$$(10) \qquad U = \frac{U_0}{\sqrt{1 + 2gb_1\frac{\chi L}{\omega}}} = 1^{pi},566 = 0^m,477 \text{ par seconde.}$$

» Cette équation posée (9) revient, si on la multiplie par la masse $\frac{\Pi}{g}\omega U\,dt$ de l'eau écoulée dans le temps élémentaire dt, à ce que la demi-force vive du fluide qui entre dans le tuyau est égale à la demi-force vive de celui qui en sort, plus le travail $\chi L \Pi b_1 U^2 U dt$ de la résistance des parois dans le même temps. Elle serait exacte si l'on pouvait regarder cette résistance comme ayant, d'un bout à l'autre du tuyau, ou depuis l'entrée de l'eau jusqu'à sa sortie, l'intensité qu'elle aurait si la vitesse, la section fluide et le contour mouillé étaient partout U, ω et χ ; étant admis, d'ailleurs, que le passage de la vitesse U_0 à la vitesse bien moindre U se fait assez

graduellement pour ne pas produire des tourbillonnements et une perte de force vive de translation.

» Mais, si la réduction de U_0 à U se faisait brusquement, nous observerons qu'il faudrait ajouter quelque chose au second membre pour cette perte, et l'équation donnerait pour U une valeur bien moindre.

» Ce qui aura lieu à cet égard, ou la manière dont l'eau se comportera dans le passage de la valeur U_0 à la valeur U de la vitesse, dépendra certainement du volume injecté, qui ne figure pas dans l'équation, et qui, évidemment, ne pénétrerait pas tout entier dans le tuyau si son affluence dépassait une certaine grandeur.

» Dans la *troisième application*, l'auteur se propose d'arriver théoriquement, en prenant pour exemple l'égout collecteur de la rive gauche de la Seine, au débit de $4^{mc},63$, qu'il croit pouvoir tirer d'un Mémoire, de 1869, de notre regretté confrère M. Belgrand [1], en supposant que sa pente totale, $1^{m},64$, soit répartie uniformément sur sa longueur, 5339 mètres, entre la Bièvre et le siphon de l'Alma, tandis que les formules de Prony et Eytelwein ne fournissent qu'un débit au-dessous de la moitié de celui-là.

» Pour cela, et pour pouvoir mettre d'accord aussi la théorie avec quatre observations de débit des égouts de Londres, qu'il cite dans son appendice [2], M. Popoff modifie profondément la formule (6) donnée par Weisbach, comme par Navier, Belanger, etc., pour la vitesse U prise dans un tuyau sous une charge h. Au dernier terme $2gb_1\frac{\chi L}{\omega}$ sous le radical du dénominateur, il substitue

$$4gb_1\frac{\chi L}{\omega h}, \tag{12}$$

	Pente I ou J.	Diamètre.	Section ω.	Périmètre χ.	$\frac{\omega}{\chi}$.	$\frac{\omega}{\chi}$ I.	Débit ωU.	Vitesse U.
Collecteur de Paris..............	0,000307	m »	m 3,126	m 6	0,521	0,00016	m 4,63	m 1,481
1er égout Londres (tuyau)........	0,01	0,0762	0,00456	0,2394	0,01905	0,00019	0,00543	1,190
2e » ...	0,01	0,1016	0,008108	0,3192	0,0254	0,000254	0,01085	1,3387
3e » ...	0,01	0,1524	0,01824	0,4788	0,0381	0,000381	0,02997	1,643
4e » ...	0,00125	0,1524	0,01824	0,4788	0,0381	0,0000476	0,02227	1,221

[1] *Mémoire sur l'égout collecteur de la Bièvre et sur le siphon de l'Alma* (*Annales des Ponts et Chaussées*, décembre 1869).

[2] Voici les exemples cités par M. Popoff, extraits, hors le premier, d'un Rapport de 1850, inséré à l'*A general Board of the Health*, by M. Medworth.

en sorte que, lorsqu'on peut supprimer, comme il l'a dit, les deux premiers termes, on aurait, au lieu de (7) $U = \sqrt{\frac{1}{b_1}\frac{\omega h}{\chi L}}$, l'expression $U = h\sqrt{\frac{1}{2b_1}\frac{\omega}{\chi L}}$, dont il se sert dans ses applications.

» Nous n'exposerons pas les motifs donnés de ce changement, qui rend les formules hétérogènes, et auquel nous ne saurions acquiescer.

» Mais nous approuvons beaucoup que l'auteur signale, par divers exemples, la nécessité de quelque modification.

» On pourrait chercher à l'opérer en donnant des valeurs moindres au coefficient de résistance b_1, car, si au lieu de celle d'environ 0,00038 que lui assignent Prony, Eytelwein et Weisbach, on avait pris, pour l'égout de Paris, $b_1 = 0{,}00016$, qui résulte des recherches expérimentales plus récentes de M. Bazin sur des canaux à parois en ciment lissé, et, pour trois des quatre égouts-tuyaux de Londres en *stone-ware* (probablement pierre factice), si l'on s'était servi des expériences de Darcy sur la fonte neuve donnant $b_1 = 0{,}0003$, on aurait trouvé des résultats s'élevant aux trois quarts et aux deux tiers de ceux que l'expérience, dit-on, a donnés.

» Il y a aussi une incertitude très-grande sur les pentes et sur les sections, car, outre qu'elles ne sont point constantes dans le collecteur de Paris, M. Belgrand a très-bien remarqué que, lorsque les égouts débouchent dans l'air et non dans l'eau, la pente de la surface de leur fluide peut excéder beaucoup celle de leur radier, et le mouvement y est accéléré.

» Dans la première application, l'auteur, évaluant à *deux millionièmes de mètre cube* par seconde et par habitant la quantité des eaux ménagères que fournit chaque maison, en y ajoutant les eaux pluviales, calcule la pente à donner au tuyau qui les conduira à l'égout, de manière qu'elles aient, autant que possible, la vitesse d'au moins $0^m,90$, qu'il dit être celle du *self-cleasing*, ou du nettoyage opéré de soi-même. Déjà sir Baldwin Latham avait observé que, pour éviter d'opérer de fréquents et difficiles nettoyages, il convient de donner bien plus de pente aux embranchements supérieurs qu'aux galeries.

» Dans la *quatrième application*, il fait un calcul analogue, mais pour les eaux d'une ville entière, telle qu'Odessa.

» Dans la cinquième, l'auteur suppose qu'un collecteur débitant par seconde une masse d'eau m est rencontré obliquement par un affluent qui roule une masse m'. Il cherche à évaluer la perte de charge qui résulte de cette rencontre. Nous croyons inutile d'exposer et de discuter le procédé dont il fait usage pour cela; car nous pensons qu'on arrivera d'une manière plus sûre aux résultats désirés si l'on pose les équations ordi-

naires, tant de quantités de mouvement que de travaux moteurs et résistants, et de forces vives, tant imprimées qu'acquises, en estimant leurs pertes par les théorèmes connus, partout où elles changent rapidement de grandeur.

» Au résumé, le Mémoire de décembre 1876 de M. Popoff signale très-bien, en citant un certain nombre de faits d'expérience, la nécessité probable de formules nouvelles du calcul de la vitesse des eaux dans les galeries d'égout, soit en changeant les coefficients numériques connus, soit en considérant le mouvement des eaux dans ces émissaires souterrains comme étant généralement varié ou non uniforme, etc.

» Il énonce divers problèmes dont il serait désirable que les hydrauliciens cherchassent la meilleure solution. Ce sont, en les récapitulant :

» 1° Celui de la vitesse que prendra, dans un long émissaire supposé horizontal, de l'eau uniformément injectée avec une vitesse plus grande, en distinguant, s'il y a lieu, les cas où la diminution de grandeur de la vitesse se fera tranquillement ou graduellement, de ceux où elle ne pourra s'opérer que brusquement ou avec trouble, ce qui pourra dépendre de son volume, problème pouvant servir de préparation à d'autres plus pratiques, et où l'on prendra en considération la petite ascension nécessaire du centre de la veine injectée;

» 2° Celui de la prise en considération, plus généralement, d'une vitesse initiale ou d'entrée, dans des tuyaux ou galeries ayant des inclinaisons quelconques;

» 3° Celui du mouvement de l'eau dans une galerie recevant des affluences multiples, continues ou temporaires, sous diverses inclinaisons;

» 4° Celui du mouvement qui est pris lorsqu'une galerie ou un tuyau débouche, en totalité ou en partie, dans l'air et non dans l'eau, ce qui y produit une dépression rendant le mouvement varié.

» Si M. Popoff n'a pas, d'une manière certaine, donné la solution de ces questions délicates, il s'est rendu assurément très-utile à la Science et à l'Art en les posant et en présentant des considérations nouvelles avec des citations de faits pouvant conduire à les résoudre sûrement. Nous sommes donc d'avis de le remercier de la communication de son grand travail, et de l'engager à recueillir et à publier le plus qu'il pourra de résultats d'observation, en les accompagnant du détail des circonstances qui s'y rattachent, afin de fournir des éléments d'élucidation de la matière à laquelle il a voué son labeur avec tant de persévérance et de zèle. »

MÉMOIRES LUS.

OPTIQUE. — *De la mesure du grossissement dans les instruments d'optique.* Note de M. G. Govi. (Extrait par l'auteur.)

« Ce qu'il faut entendre par *grossissement*, c'est le rapport de grandeur entre l'image donnée par un instrument d'optique et l'objet dont elle provient. L'idée de grandeur qu'on peut se faire en regardant une image, sans la mesurer effectivement, n'a rien de précis et ne saurait conduire à la mesure du grossissement.

» Si les instruments d'optique ne donnaient que des images *réelles*, leur pouvoir grossissant serait bien facilement déterminé, et il ne pourrait y avoir de contestation sur sa valeur.

» Les images *virtuelles* ont cependant une grandeur tout aussi mesurable que les images réelles, et elles sont, comme celles-ci, dans un lieu déterminé de l'espace.

» On ne doit donc pas supposer gratuitement que l'œil les rapporte constamment à la *distance de la vision distincte*, puisque, d'abord, une telle distance n'existe pas pour les yeux normaux, et que, quand même elle existerait, elle ne serait d'aucun usage pour la mesure du grossissement, puisque chaque observateur, et le même observateur chaque fois qu'il remet au foyer une image, la place ou peut la placer à une distance différente.

» Il suffit, pour s'en convaincre, de faire mettre au foyer une image par plusieurs personnes et d'examiner chaque fois sa distance au moyen d'un *mégamètre* (1), petite lunette astronomique à tirage gradué et à oculaire micrométrique. On trouve ainsi que presque tous les pointages donnent des distances différentes.

» Le *mégamètre* permet, en outre, de mesurer, dans chaque cas, la grandeur effective de l'image, en la reportant, par le micromètre oculaire, sur une échelle divisée que l'on regarde directement à travers le *mégamètre*, dont on n'a pas changé la mise au point. L'image une fois mesurée,

---

(1) Voir, sur la mesure des grossissements et l'emploi du mégamètre, *Monitore toscano*, 20 août 1861; — *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, t. XXIII, p. 455-465; *Nuovo Cimento*, t. XVII, p. 177.

il n'y a plus qu'à la diviser par la grandeur de son objet pour avoir le *grossissement*.

» La *chambre claire* et le procédé de la *double vue* donnent également le moyen de mesurer les grossissements, parce que l'œil est assez bon juge de la distance des images, et, par conséquent, de leur grandeur, quand il peut les comparer à quelques objets dont la place est exactement déterminée (crayon, papier, échelle divisée, etc.).

» En ayant recours à ces procédés de mesure, on reconnaît que les instruments à images *virtuelles* donnent tous les grossissements possibles, depuis un *minimum* jusqu'à l'infini, chaque grossissement correspondant à une distance différente de l'image.

» Il est donc inexact de dire que telle lentille ou tel microscope grossit un certain nombre de fois l'image des objets, à moins qu'on n'ajoute à quelle distance doit être cette image pour que le grossissement indiqué soit réalisé.

» On pourrait définir exactement le pouvoir grossissant des divers instruments en mesurant pour chacun d'eux le *grossissement* produit à une distance déterminée, à un décimètre par exemple, car tous les autres grossissements se déduiraient de celui-là, avec assez d'exactitude, par une simple proportion.

» Ce qui a pu faire supposer que les images virtuelles (dans le microscope surtout) étaient constamment rapportées à une même distance (distance de la *vision distincte*), c'est probablement le fait que, malgré l'énorme variation d'éloignement et de grandeur qu'éprouvent les images virtuelles données par les instruments d'optique, elles sous-tendent toujours dans l'œil à peu près le même angle (¹), ne varient pas sensiblement de clarté, ne perdent ni n'acquièrent aucun détail, et semblent par conséquent ne pas bouger dans l'espace. Dans les microscopes à fort grossissement, la minceur des pinceaux qui partent de chaque point de l'image contribue aussi à rendre incertaine pour l'œil sa position dans l'espace, puisque l'accommodation n'est plus nécessaire pour la voir assez nettement. Elle n'en existe cependant pas moins en un lieu déterminé de l'espace, où il faut l'aller mesurer pour connaître le véritable grossissement, et c'est ici encore que le *mégamètre* peut être employé avec avantage. »

(¹) La méthode employée par les astronomes pour mesurer les grossissements donne des

PHYSIOLOGIE. — *Sur la possibilité d'obtenir, à l'aide du protoxyde d'azote, une insensibilité de longue durée, et sur l'innocuité de cet anesthésique.* Note de M. P. Bert.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

« Le protoxyde d'azote, dont les propriétés anesthésiques ont été découvertes par Humphry Davy à la fin du siècle dernier, est employé aujourd'hui par un très-grand nombre de praticiens pour obtenir l'insensibilité pendant l'extraction des dents. Mais cette insensibilité ne peut être prolongée, pour cette raison qu'au moment même où elle est suffisante apparaissent des phénomènes asphyxiques qui deviendraient bientôt redoutables. Aussi les chirurgiens américains ne sont parvenus à faire avec le protoxyde d'azote des opérations de longue haleine, qu'en produisant des anesthésies courtes, mais répétées, séparées par des phases de sensibilité.

» Cela tient à ce qu'on ne peut arriver à l'anesthésie qu'à la condition de faire respirer au patient du protoxyde d'azote pur, sans aucun mélange d'air ; il en résulte que l'asphyxie marche de pair avec l'anesthésie.

» Je me suis proposé de remédier à cet inconvénient si grave, et je suis parvenu à obtenir une anesthésie indéfiniment prolongée, en me mettant absolument à l'abri de toute menace d'asphyxie.

» Le fait que le protoxyde d'azote doit être administré pur signifie que la tension de ce gaz doit, pour qu'il en pénètre une quantité suffisante dans l'organisme, être égale à une atmosphère. Sous la pression normale, il faut, pour l'obtenir, que le gaz soit à la proportion de 100 pour 100. Mais, si nous supposons le malade placé dans un appareil où la pression soit poussée à 2 atmosphères, on pourra le soumettre à la tension voulue en lui faisant respirer un mélange de 50 pour 100 de protoxyde d'azote et 50 pour 100 d'air ; on devra donc obtenir de la sorte l'anesthésie, tout en maintenant dans le sang la quantité normale d'oxygène, et par suite en conservant les conditions normales de la respiration.

» C'est ce qui est arrivé ; mais, je dois le dire dès maintenant, je n'ai expérimenté que sur des animaux. Voici le dispositif de l'expérience : J'entre dans le cylindre, et là, sous une augmentation de pression d'un cin-

---

résultats exacts, par suite de cette invariabilité presque absolue de l'angle sous-tendu par l'image.

quième d'atmosphère, je fais respirer à un chien un mélange de cinq sixièmes de protoxyde d'azote et d'un sixième d'oxygène, mélange dans lequel on voit que la tension du gaz dit hilarant est précisément égale à 1 atmosphère. Dans ces conditions, l'animal est, en une ou deux minutes, après une phase d'agitation très-courte, anesthésié complétement : on peut toucher la cornée ou la conjonctive sans faire cligner l'œil, dont la pupille est dilatée, pincer un nerf de sensibilité mis à nu, amputer un membre, sans provoquer le moindre mouvement; la résolution musculaire est vraiment extraordinaire, et l'animal, n'étaient les mouvements respiratoires qui continuent à s'exécuter avec une régularité parfaite, semble frappé de mort. Cet état peut durer une demi-heure, une heure sans nul changement. Pendant tout ce temps, le sang conserve sa couleur rouge et sa richesse en oxygène, le cœur sa force et ses battements réguliers, la température son degré normal. Pendant tout ce temps, une excitation portée sur un nerf centripète provoque sur la respiration ou la circulation tous les phénomènes d'ordre réflexe qui se produisent chez l'animal sain. En un mot, tous les phénomènes dits de la vie végétative demeurent intacts, tandis que sont absolument abolis tous ceux de la vie animale.

» Lorsque, au bout d'un temps quelconque, on enlève le sac qui contenait le mélange gazeux, on voit l'animal, à la troisième ou à la quatrième respiration à l'air libre, recouvrer tout à coup la sensibilité, la volonté, l'intelligence, comme le prouve le désir de mordre que parfois il manifeste aussitôt. Détaché, il s'enfuit, marchant librement, et reprend immédiatement sa gaieté et sa vivacité.

» Ce rapide retour à l'état normal, si différent de ce qu'on observe avec le chloroforme, tient à ce que le protoxyde d'azote ne contracte pas, comme le chloroforme, de combinaison chimique dans l'organisme, mais est simplement dissous dans le sang. Dès qu'il n'y en a plus dans l'air inspiré, il s'échappe rapidement par le poumon, comme me l'ont montré les analyses des gaz du sang.

» L'innocuité d'action du protoxyde d'azote ressort du récit de ces expériences. D'une part, en effet, l'anesthésie, en frappant la sensibilité médullaire, respecte les réflexes de la vie organique, dont la suppression, facile par le chloroforme, peut seule mettre la vie en danger; d'autre part, le retour immédiat à l'état normal, lorsqu'on revient à l'air libre, fait que l'opérateur est toujours maître de la situation. Cette innocuité ressort non moins nettement du nombre infiniment petit d'accidents qui ont suivi les

inhalations (lesquelles se comptent par centaines de mille) exécutées par les dentistes, souvent en dehors de toute prudence et de toute compétence, et dans des conditions où l'asphyxie vient augmenter les dangers, s'ils existent, de l'anesthésie.

» Je suis donc autorisé, dès maintenant, par mes expériences faites sur les animaux, à recommander très-vivement aux chirurgiens l'emploi du protoxyde d'azote sous pression, en vue d'obtenir une anesthésie de longue durée. Je puis leur affirmer qu'ils obtiendront, en mesurant, comme je l'ai indiqué, la pression barométrique et la composition centésimale du mélange, de manière à avoir, pour le protoxyde d'azote, la tension de 1 atmosphère et pour l'oxygène au moins la tension normale dans l'air, une insensibilité et une résolution musculaire aussi complètes qu'ils le désireront, avec retour immédiat à la sensibilité, avec bien-être consécutif parfait. Le procédé d'application du médicament présente même une commodité singulière, puisque, en présence des petites inégalités qui ne pourront manquer de se produire d'un individu à l'autre, en raison de susceptibilités spéciales, il suffira soit d'augmenter légèrement, soit de diminuer la pression barométrique, ce qui se fait, avec la plus extrême facilité, par le jeu d'un robinet.

» Je ne vois qu'une seule difficulté : elle tient à l'appareil instrumental nécessaire pour l'application du protoxyde d'azote sous tension. Je reconnais que l'obstacle est absolu pour la chirurgie des armées, pour celle de la campagne. Mais la plupart des grandes villes, et c'est là que se font presque toutes les opérations graves, possèdent des établissements de bains d'air comprimé. L'installation d'une salle où pourraient trouver place, aux côtés du patient et de l'opérateur, une douzaine d'assistants ne coûterait pas plus d'une dizaine de mille francs, faible dépense pour les administrations hospitalières.

» Ce sont là, du reste, des difficultés d'ordre secondaire, et dont la solution revient aux chirurgiens; c'est à eux également qu'il appartiendra de résoudre les multiples questions de détails que soulève toujours l'application d'un nouvel agent thérapeutique. Il doit me suffire, comme physiologiste, d'avoir indiqué cet agent, montré les immenses avantages de son emploi, et insisté, entre autres, sur son innocuité si merveilleuse et si facilement explicable. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

THERMODYNAMIQUE. — *Observations concernant le Mémoire de M.* Maurice Lévy *sur une loi universelle relative à la dilatation des corps;* par M. MASSIEU. (Extrait.)

(Commissaires précédemment nommés : MM. Phillips, Resal, Cornu.)

« M. Lévy se propose de démontrer que, *si l'on échauffe un corps, quel qu'il soit, sous volume constant, la pression qu'il exerce sur les parois immobiles de l'enceinte qui le renferme ne peut que croître, en toute rigueur, proportionnellement à sa température* (1).

» La température absolue T et le volume v étant pris pour les variables indépendantes dont dépend l'état du corps, U étant la fonction de ces deux variables que l'on appelle la chaleur interne, on a

$$dU = \frac{dU}{dT}dT + \frac{dU}{dv}dv.$$

» M. Lévy admet que le terme $\frac{dU}{dT}dT$ représente la chaleur nécessaire pour élever la température de dT, et que le terme $\frac{dU}{dv}dv$ représente l'équivalent calorifique du travail des actions moléculaires, c'est-à-dire de ce qu'on appelle ordinairement *travail interne;* il admet que ce travail ne dépend pas de la température, d'où il conclut que $\frac{dU}{dv}$ n'est fonction que de la variable v.

» La conséquence est que $\frac{d^2U}{dv\,dt}$ est nul, et que par suite $\frac{dU}{dT}$, qui est la chaleur spécifique à volume constant, n'est fonction que de la variable T; d'où il résulte que U s'exprime par la somme d'une fonction de v et d'une fonction de T, et ne peut être une fonction absolument quelconque de ces deux variables indépendantes. Réciproquement, si $\frac{dU}{dT}$ n'est fonction que de T, $\frac{dU}{dv}$ ne sera fonction que de v.

» Par conséquent, si l'on admet que le travail moléculaire interne ne dépend que du volume, il s'ensuivra que la chaleur spécifique à volume constant ne dépendra que de la température, et réciproquement.

(1) *Comptes rendus*, 23 septembre.

» Telle que l'a présentée M. Lévy, cette hypothèse revient à admettre que les actions mutuelles des molécules d'un corps sont indépendantes de leurs températures ; c'est bien ainsi que, dans sa Note du 30 septembre, M. Lévy envisage les choses, mais il croit pouvoir établir que ladite hypothèse découle du premier principe de la Thermodynamique. La démonstration qu'il présente ne me paraît pas correcte, et il suffit de lire le premier alinéa de la page 490 pour voir que M. Lévy a admis implicitement que la chaleur spécifique à volume constant ne dépend que de la température. Il devait en déduire que le travail interne ne dépend que du volume. L'hypothèse avait donc changé d'expression ; mais elle persistait à n'être qu'une hypothèse, dont la vérification appartient à l'expérience.

» De cette hypothèse M. Lévy a déduit, suivant l'énoncé reproduit au début de cette Note, que la pression ne peut varier que proportionnellement à la température, quand le volume est constant ; ce qui peut se traduire, si l'on appelle p cette pression, par la formule

$$\frac{d^2p}{dT^2} = 0,$$

et l'on obtient cette formule, soit que l'on admette d'abord que le travail interne ne dépend que du volume, ou bien que la chaleur spécifique à volume constant ne dépend que de la température. C'est là un résultat déjà indiqué par feu M. Dupré, doyen de la Faculté des Sciences de Rennes.

» On trouve en effet, à la page 51 de la *Théorie mécanique de la chaleur*, de M. Dupré [1] : *Dans toutes les substances de cette classe* (il s'agit des corps dans lesquels le travail interne dépend du volume seul), *considérées à volume constant, les variations de force élastique sont proportionnelles aux variations de température*, et, réciproquement, *quand cette loi se manifeste pour une substance, le travail interne dépend du volume seul*. C'est bien la loi énoncée par M. Lévy.

» Cela serait vrai pour tous les corps, si la chaleur spécifique à volume constant ne dépendait que de la température, ainsi que M. Lévy l'a admis dans sa Note du 30 septembre et que M. Dupré avait cru pouvoir le démontrer dans un Mémoire antérieur [2]. Je fis observer à M. Dupré que sa démonstration n'était pas valable, par la raison qu'il avait admis implicite-

---

[1] Gauthier-Villars, 1869.

[2] *Annales de Chimie et de Physique*, t. II, 4e série.

ment le résultat même qu'il avait obtenu; aussi y renonça-t-il, et ce résultat ne se retrouve pas dans son livre de 1869.

» Après avoir admis que la chaleur interne U est exprimée par la somme d'une fonction de T et d'une fonction de v, il s'ensuit naturellement que l'entropie s'exprime de la même manière, ainsi que l'établit M. Lévy et qu'on peut le déduire directement de la formule

$$\mathrm{T}\frac{d\mathrm{S}}{d\mathrm{T}}=\frac{d\mathrm{T}}{d\mathrm{U}} \quad \text{ou} \quad \frac{d\mathrm{S}}{\mathrm{T}}=\frac{1}{\mathrm{T}}\frac{d\mathrm{U}}{d\mathrm{T}},$$

qui porte le n° 7 dans le premier paragraphe de mon Mémoire sur les fonctions caractéristiques. S représente l'entropie, que M. Lévy désigne par μ. Dans l'hypothèse admise par lui, $\frac{d\mathrm{U}}{d\mathrm{T}}$ étant simplement fonction de T, il est bien évident que S ne peut être que la somme d'une fonction de T et d'une fonction de v.

» On ne peut, pour les motifs ci-dessus, admettre pour tous les corps la loi de M. Lévy que comme un troisième principe non démontré, venant s'ajouter aux deux principes fondamentaux de la Thermodynamique. C'est l'expérience seule qui pourra le justifier, et, pour cela, il faudra que, pour un corps quelconque, $\frac{dp}{d\mathrm{T}}$ et, par suite, le coefficient de dilatation à volume constant soient indépendants de la température, cette température étant mesurée sur le thermomètre à air normal.

» Or Regnault, ainsi que je l'ai indiqué (p. 13 de mon Mémoire précité), a nettement constaté, dans ses recherches sur les thermomètres à gaz, que ce coefficient diminue, quand la température augmente, pour le gaz acide sulfureux, et la même diminution, ainsi que le rapporte M. Weber [1], a été observée par M. Andrews pour le gaz acide carbonique; je ne puis d'ailleurs, contrairement à l'opinion émise par M. Lévy, porter cette diminution au compte des erreurs d'expérience.

» M. Boltzmann [2] a cité un autre exemple, relatif à l'eau liquide, dans lequel la loi générale annoncée par M. Lévy se trouve en défaut, en même temps qu'il a cherché à expliquer comment les attractions moléculaires peuvent dépendre de la température. Quel que soit le mérite de cette explication, l'expérience ne m'en paraît pas moins montrer que le fait est exact

---

(1) *Comptes rendus* du 7 octobre.

(2) *Comptes rendus* du 21 octobre.

et que, par suite, la loi de M. Lévy n'est applicable qu'aux corps dans lesquels le travail interne ne dépend que du volume, en même temps que la chaleur spécifique à volume constant ne dépend que de la température; c'est à ces corps seulement que M. Dupré avait reconnu que cette loi est applicable, et il n'y a pas lieu de la généraliser.

» Quant aux relations qui existent entre les différents coefficients physiques et auxquelles fait allusion M. Lévy, je rappellerai qu'elles peuvent se déduire toutes de la considération de la fonction caractéristique de chaque corps, fonction que l'on peut déterminer au moyen d'un nombre restreint de données que l'on devra choisir, ainsi que je l'ai indiqué dans mon Mémoire, parmi celles que l'expérience fournit le plus facilement. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la transformation des formes linéaires des nombres premiers en formes quadratiques.* Note de **M. G. Oltramare.** (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Section de Géométrie).

« Legendre a depuis longtemps déterminé les formes linéaires qui correspondent aux formes quadratiques des nombres premiers, mais la question inverse, qui consiste à rechercher directement les formes quadratiques qui répondent aux formes linéaires, n'a pas, à ma connaissance, été résolue jusqu'à présent; c'est à la résolution de ce problème qu'est destiné ce Mémoire.

» La solution que nous proposons repose d'abord sur les propriétés de la fonction transcendante

$$\varphi(m) = 1 + \left(\frac{m}{1}\right)^2 + \left[\frac{m(m-1)}{1.2}\right]^2 + \ldots = \frac{(m+1)\ldots 2m}{1.2.3\ldots m},$$

puis ensuite sur la détermination de la fonction $\theta(m)$ qui satisfait à la congruence

$$\theta\left(\frac{\mu^{pn}-1}{\mu^p-1}m\right) \equiv [\theta(m)]^n \pmod{\mu}$$

dans laquelle μ est un nombre premier et n et p des nombres entiers quelconques.

» Nous avons reconnu que, si un nombre premier μ de la forme $2\alpha m+1$ ou $4\alpha m+1$ pouvait être mis directement sous la forme $x^2+\alpha y^2$, la valeur

de x était donnée par la congruence

$$x \equiv \pm \frac{1}{2} A^m \varphi(m)^{c_1} \varphi(2m)^{c_2} \varphi(3m)^{c_3} \ldots \varphi(am)^{c_a} \pmod{\mu},$$

dans laquelle A est une fonction algébrique de m; $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_a$ des nombres entiers inférieurs à $\mu - 1$ et a un nombre entier inférieur ou tout au plus égal à $\frac{\mu - 1}{4m}$; ce qui limite le nombre des facteurs du second membre.

» Pour compléter nos recherches, nous avons fait connaître par quel procédé on pouvait ramener au cas précédent la décomposition des nombres premiers dont l'expression n'était pas des formes $2\alpha m + 1$ ou $4\alpha m + 1$.

» Voici les principaux théorèmes auxquels nous avons été conduit :

» *Tout nombre premier μ de la forme $4m + 1$ peut se mettre sous la forme $x^2 + y^2$, et la valeur de x est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm \tfrac{1}{2} \varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 4m + 1).$$

» *Tout nombre premier μ de la forme $8m + 1$ peut se mettre sous la forme $x^2 + 2y^2$, et la valeur de x est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm \tfrac{1}{2} \varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 8m + 1).$$

» *Tout nombre premier μ de la forme $8m + 3$ peut se mettre sous la forme $x^2 + 2y^2$, et la valeur de x est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{2m} \varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 8m + 3).$$

» *Tout nombre premier μ de la forme $6m + 1$ peut se mettre sous la forme $x^2 + 3y^2$, et la valeur de x est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{m-1} \varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 6m + 1).$$

» *Tout nombre premier μ de la forme $24m + 1$ peut se mettre sous la forme $x^2 + 6y^2$, et la valeur de x est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{4m-1} \varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 24m + 1).$$

» *Tout nombre premier μ de la forme $24m + 7$ peut se mettre sous la forme $x^2 + 6y^2$, et la valeur de x^2 est donnée par la congruence*

$$x^2 \equiv \pm \tfrac{1}{2} \varphi(m) \varphi(5m + 1) \quad (\text{mod. } \mu = 24m + 7).$$

» *Le double de tout nombre premier* μ *de la forme* $24m + 5$ *peut se mettre sous la forme* $x^2 + 6y^2$, *et la valeur de* x^2 *est donnée par la congruence*

$$x^2 \equiv \pm \tfrac{1}{2}\varphi(m)\varphi(5m+1) \quad (\text{mod. } \mu = 24m + 7).$$

» *Le double de tout nombre premier* μ *de la forme* $24m + 11$ *peut se mettre sous la forme* $x^2 + 6y^2$, *et la valeur de* x *est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{4m+2}\varphi(m) \quad (\text{mod. } \mu = 24m + 11).$$

» *Tout nombre premier* μ *de la forme* $20m + 9$ *peut être mis sous la forme* $x^2 + 5y^2$, *et la valeur de* x^2 *est donnée par la congruence*

$$x^2 \equiv \pm 2^{8m+2}\varphi(m)^2 \quad (\text{mod. } \mu = 20m + 9).$$

» *Le double de tout nombre premier* μ *de la forme* $20m + 3$ *peut être mis sous la forme* $x^2 + 5y^2$, *et la valeur de* x^2 *est donnée par la congruence*

$$x^2 \equiv \pm 2^{2m}\varphi(m)\varphi(3m) \quad (\text{mod. } \mu = 20m + 9).$$

» *Le double de tout nombre premier* μ *de la forme* $20m + 7$ *peut être mis sous la forme* $x^2 + 5y^2$, *et la valeur de* x^2 *est donnée par la congruence*

$$x^2 \equiv \pm 2^{2m}\varphi(3m+1) \quad (\text{mod. } \mu = 20m + 7).$$

» *Tout nombre premier* μ *de la forme* $14m + 1$ *peut se mettre sous la forme* $x^2 + 7y^2$, *et la valeur de* x *est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{6m-1}\frac{\varphi(2m)\varphi(3m)}{\varphi(m)} \quad (\text{mod. } \mu = 14m + 1).$$

» *Tout nombre premier* μ *de la forme* $30m + 1$ *peut se mettre sous la forme* $x^2 + 15y^2$, *et la valeur de* x *est donnée par la congruence*

$$x \equiv \pm 2^{22m-1}\frac{\varphi(2m)\varphi(3m)}{\varphi(m)} \quad (\text{mod. } \mu = 30m + 1).$$

» Il serait facile, en suivant notre méthode générale, d'obtenir une infinité de théorèmes analogues; nous nous sommes limité à ne considérer que les cas les plus simples. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés anilés de l'acide sébacique.* Mémoire de M. Éd. Maillot. (Extrait.)

(Commissaires : MM. Wurtz, Cahours.)

« .... En résumé, l'action d'une température de 150 degrés sur poids égaux d'acide sébacique et d'aniline engendre :

» 1° Un composé neutre, soluble dans l'alcool absolu bouillant, la sébanilide;

» 2° Un composé acide, soluble dans l'alcool à 90 degrés, même froid, et surtout dans l'éther, l'acide sébanilique, monobasique et susceptible d'engendrer des sels. »

MINÉRALOGIE. — *Cristallisation artificielle de l'orthose.* Note de M. St. Meunier.

(Commissaires précédemment nommés : MM. Daubrée, H. Sainte-Claire Deville, Des Cloizeaux.)

« MM. F. Fouqué et Michel Lévy ont adressé à l'Académie, dans sa dernière séance, une très-intéressante Note relative à la dévitrification de l'oligoclase, du labrador et de l'albite, préalablement transformés en verres par la fusion ([1]).

» Je crois, à cette occasion, devoir rappeler que je suis arrivé, pour l'orthose, que MM. Fouqué et Lévy étudient en ce moment, à un résultat analogue ([2]). Ce n'est pas, il est vrai, en partant du feldspath proprement dit, ni du mélange artificiel de ses éléments chimiques, que l'expérience a été faite, mais en soumettant à la dévitrification les masses vitreuses naturelles connues sous le nom de *rétinites*.

» Le rétinite, placé dans un creuset, est porté à la fusion et maintenu liquide pendant très-longtemps (trente-six heures et plus) pour lui faire perdre son eau et ses autres principes volatils. Il se transforme ainsi en un verre clair et grisâtre qui, soumis pendant huit jours à la température favorable à la dévitrification, se remplit de noyaux cristallins. Ceux-ci fournissent à l'analyse la composition de l'orthose et, taillés en lames

([1]) F. Fouqué et Michel Lévy, *Comptes rendus*, p. 700 de ce volume, 1878.

([2]) Stanislas Meunier, *Comptes rendus*, t. LXXXIII, p. 576; 1876.

minces, agissent très-énergiquement sur la lumière polarisée et se colorent vivement. Grâce à l'extrême obligeance de M. Fremy, j'ai pu, au mois de novembre 1874, exécuter ces expériences sur plus de 1 kilogramme de substance, dans les fours de la manufacture de Saint-Gobain. Depuis lors, M. Feil m'a permis de les répéter dans son usine, et le résultat, qui a été le même, a fourni encore un intermédiaire artificiel entre le rétinite et le porphyre.

» Je me permettrai aussi de faire remarquer que le résultat auquel parvient aujourd'hui M. Michel Lévy me semble faire disparaître une divergence d'opinions entre ce savant et moi. Il disait, en effet, en 1876 :

« Les expériences de fusion par voie ignée sur lesquelles M. St. Meunier a appuyé cette conclusion (que les roches cristallines dérivent des roches vitreuses par voie de dévitrification) ne nous paraissent pas se rapprocher des conditions dans lesquelles la nature a produit habituellement les roches cristallines. » Et plus loin : « Nous pensons que les roches éruptives ont amené en puissance avec elles les agents auxquels elles doivent leur texture et que ces agents étaient volatils; seulement, ils n'ont pas eu à produire de phénomènes de dévitrification. »

» Tandis qu'on lit, dans le travail publié dans le dernier numéro des *Comptes rendus*, que le procédé de dévitrification mis en œuvre par MM. Fouqué et Michel Lévy est « sensiblement identique à celui qui a donné naissance à la cristallisation des felspaths dans les roches éruptives épanchées à haute température, sans intervention notable d'éléments volatils modificateurs. »

ANATOMIE. — *Nouveau procédé pour l'application de la galvanoplastie à la conservation des centres nerveux.* Note de M. **Oré**, présentée par M. Gosselin. (Extrait.)

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

« Les premiers cerveaux que j'ai présentés à l'Académie (10 décembre 1877) étaient contenus, en nature, dans l'enveloppe métallique. Dans la crainte que ces cerveaux ainsi métallisés ne vinssent à s'altérer à la longue, j'ai imaginé un autre procédé qui m'a donné des résultats intéressants, ainsi que l'on pourra s'en convaincre par l'examen de l'hémisphère cérébral *nickelé* que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui à l'Académie.

» Le procédé consiste à faire fondre de la gutta-percha dans une boîte

profonde et à y plonger le cerveau, en totalité ou en partie, préparé et durci comme je l'ai déjà dit dans ma dernière Communication. La pièce s'enfonce dans la gutta-percha, avec laquelle on l'enveloppe de toutes parts. Quand la gutta-percha s'est durcie au contact de l'air, on la divise en deux, trois ou quatre parties, que l'on débarrasse de la substance cérébrale qu'elles renferment; on obtient ainsi un moule qui représente la surface extérieure de l'organe.

» La surface de ce moule est plombaginée; puis il est mis au bain. Après trois ou quatre jours, on retire du moule une pièce *creuse* qui est la reproduction fidèle de celle qui a servi à la faire.

» En procédant ainsi, on n'a plus à craindre de voir se développer à la longue des phénomènes de décomposition qui, je me hâte de le dire, ne se sont jamais montrés. »

VITICULTURE. — *Résistance au Phylloxera de quelques types sauvages de vignes américaines.* Note de M. A. MILLARDET. (Extrait.)

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Tout le monde sait actuellement qu'un certain nombre de cépages américains résistent, en Europe, depuis douze années au moins, au Phylloxera. Depuis 1874, je n'ai pas cessé de faire de ces cépages une étude attentive. Les résultats de mes observations ont été consignés dans un Mémoire présenté à l'Académie au mois de juillet 1876 et dans d'autres ouvrages.

» Après les cépages, il restait à étudier les espèces sauvages dont ces derniers sont issus. Cette étude était d'autant plus importante, que, en partant du principe de l'hérédité de la propriété de résistance, on devait s'attendre à trouver cette résistance à son maximum de puissance chez les prototypes sauvages des variétés cultivées résistantes, non que la culture ait pu amoindrir cette propriété chez ces dernières, mais parce que toutes, ou à peu près, sont le résultat de croisements variés, dans lesquels nous pouvons reconnaître ou présumer l'action d'espèces non résistantes (*V. labrusca* et *vinifera*).

» Ces prévisions ont été complétement réalisées. Les *V. æstivalis* et *riparia*, prototypes de deux classes de cépages résistants, ont montré cette résistance à un degré beaucoup plus grand que les plus résistants des cépages de ces deux classes [1]. Quant aux *V. cordifolia* et *cinerea*, auxquelles

---

[1] La résistance étant estimée d'après les altérations produites sur les racines.

j'ai pu étendre mes observations, elles ont montré également la propriété de résistance au degré le plus éminent.... »

M. Th. Guenardeau, M. A. Jackson adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

MM. L. de la Torre-Ayllon et R. Hernandez demandent l'ouverture d'un pli cacheté, déposé par eux dans la séance du 26 août 1878, et contenant une étude du développement du Phylloxera et des moyens de le détruire.

Le contenu de ce pli, écrit en langue espagnole, est renvoyé à la Commission du Phylloxera.

M. P. Picard adresse une Note relative à l'influence des mouvements respiratoires sur la circulation dans la veine porte.

(Commissaires : MM. H.-Milne Edwards, Vulpian.)

M. C. Husson adresse des Recherches micrographiques sur les cires et les beurres utilisés en pharmacie.

(Commissaires : MM. Boussingault, Wurtz.)

M. R. Chazot adresse deux Notes, concernant : 1° une « nouvelle machine à vapeur régénérée »; 2° un « timbre indicateur, pour passages à niveau des chemins de fer d'intérêt local ».

(Renvoi à l'examen de M. Tresca.)

CORRESPONDANCE.

M. P. Bert, M. A. Gubler, M. Arm. Moreau, M. G. Sée prient l'Académie de vouloir bien les comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de *Cl. Bernard.*

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. le Directeur général des Douanes adresse un exemplaire du « Ta-

bleau général du commerce de la France avec ses colonies et avec les puissances étrangères, pendant l'année 1877 ».

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un volume de M. *Fr.-D. Covarrubias*, portant pour titre : « Voyage de la Commission astronomique mexicaine au Japon, pour l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, le 8 décembre 1874 » ;

2° Deux volumes de M. *E. Dormoy*, intitulés : « Théorie mathématique des assurances sur la vie ». (Renvoi à la Commission du prix de Statistique.)

GÉOMÉTRIE. — *Addition à la Note sur la rectification des ovales de Descartes;* par M. G. **Darboux**.

« Dans ma Communication du 22 octobre dernier, je me suis trompé en affirmant que M. Roberts a donné, le premier, la rectification des ovales de Descartes. Il est vrai que la Communication faite à l'Académie par M. Genocchi porte la date du 11 janvier 1875, tandis que le Mémoire de M. S. Roberts a été présenté en novembre 1873, à la Société mathématique de Londres. Mais M. Genocchi, en communiquant son remarquable théorème à l'Académie, n'a pas indiqué qu'il l'avait déjà publié en 1855, dans un Recueil périodique de Turin, *Il Cimento*, et aussi dans un Mémoire imprimé en 1864 dans les *Annali di Matematica pura ed applicata*, t. VI, Mémoire qui est intitulé : *Intorno alla rettificazione e alle proprietà delle caustiche secondarie*. J'emprunte ces renseignements à une Note que M. S. Roberts a loyalement publiée dans le t. VI du Recueil de la Société Mathématique de Londres, p. 200. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction de certaines équations différentielles du premier ordre à la forme linéaire, par rapport à la dérivée de la fonction inconnue*. Note de M. **Halphen**.

« Dans une Note insérée au *Compte rendu* de l'avant-dernière séance, M. Alexéeff s'est occupé d'une équation différentielle du premier ordre, dont le premier membre est du second degré par rapport à la fonction inconnue et à sa dérivée, et il a fait voir que cette équation peut être ré-

duite au premier degré par rapport à cette dérivée, tout en conservant, par rapport à la fonction, la forme rationnelle. Cette propriété appartient à beaucoup d'autres équations, comme je vais le montrer.

» Soit une équation entre la variable x, la fonction y et sa dérivée y'. Supposons que, d'une manière quelconque, on puisse remplacer cette équation unique par le système explicite suivant, où ξ, η sont de nouvelles variables :

$$(1) \qquad x = u(\xi, \eta), \quad y = v(\xi, \eta), \quad y' = w(\xi, \eta).$$

S'il en est ainsi, on peut substituer à l'équation différentielle proposée celle-ci :

$$\left(w \frac{du}{d\eta} - \frac{dv}{d\eta}\right) \frac{d\eta}{d\xi} + w \frac{du}{d\xi} - \frac{dv}{d\xi} = 0,$$

qui est linéaire par rapport à la dérivée de la fonction inconnue η. Cette équation étant intégrée, la proposée le sera du même coup.

» La réduction demandée est ainsi ramenée à un problème de pure Algèbre. Ce problème se résout, à son tour, dans bien des cas, au moyen des notions nouvelles dont la Géométrie s'est enrichie.

» Considérons x, y, y' comme les coordonnées d'un point de l'espace, et l'équation proposée comme celle d'une surface. Si les fonctions u, v, w sont rationnelles en η, c'est qu'alors, ξ étant supposée constante, la courbe (1) est unicursale. De là cette proposition :

» *Si la surface représentée par l'équation différentielle, où x, y, y' sont censées les coordonnées d'un point, contient une série de courbes unicursales, l'équation peut être réduite au premier degré par rapport à la dérivée de la fonction inconnue, sans cesser d'être rationnelle par rapport à la fonction inconnue ellemême.*

» En second lieu, si u, v, w sont rationnelles aussi par rapport à ξ, la surface peut, comme on dit, être *représentée sur le plan*. Donc :

» *Si la surface peut être représentée sur le plan, l'équation différentielle est réductible au premier degré par rapport à la dérivée de la fonction inconnue, sans cesser de conserver la forme rationnelle par rapport à la fonction inconnue et à la variable indépendante.*

» La première de ces propositions résout immédiatement le cas envisagé par M. Alexéeff. Il s'agit, en effet, d'une équation du deuxième degré

en y, y'. La surface contient donc une série de coniques, dont une quelconque s'obtient quand on donne à x une valeur constante. Les coniques étant des courbes unicursales, la réduction peut s'effectuer, et d'une infinité de manières. Si l'on détermine *individuellement* les points de la conique par des parallèles à une des asymptotes, on est conduit à des calculs semblables à ceux de M. Alexéeff. Il y a cependant lieu à une observation : la méthode suivie par ce géomètre entraîne à introduire une quadrature préalable qui, en réalité, est superflue. Si l'on détermine individuellement les points de la conique au moyen de sécantes issues d'un point fixe quelconque de cette courbe, la fonction irrationnelle de x qui s'introduit est la valeur particulière de y', répondant, d'après l'équation, à une valeur arbitrairement choisie de y. Dans certains cas, on pourra choisir cette valeur de y de telle sorte que la valeur correspondante de y' soit rationnelle. La transformation s'opérera alors sans que la forme rationnelle en x disparaisse. Si l'équation proposée est

$$Ay'^2 + Byy' + Cy^2 + Dy' + Ey + F = 0,$$

cette circonstance se présente notamment quand une quelconque des quantités $B^2 - 4AC$, $D^2 - 4AF$, $E^2 - 4CF$ est le carré d'une fonction rationnelle de x.

» Parmi les conséquences de la deuxième proposition, citons celle-ci : *Une équation différentielle du troisième degré en x, y, y' peut être réduite au premier degré en y', tout en restant rationnelle en x, y.* Car, on le sait, toute surface du troisième degré peut être représentée sur le plan. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la forme des intégrales des équations différentielles du second ordre dans le voisinage de certains points critiques.* Note de M. E. PICARD.

« Étant donnée l'équation différentielle du second ordre $z\frac{dv'}{dz} = f(v, v', z)$, en posant $\frac{dv}{dz} = v'$, $f(v, v', z)$ s'annulant pour $v = 0$, $v' = 0$, $z = 0$ et étant dans le voisinage de ces valeurs développable en une série de la forme

$$av + bv' + cz + \ldots,$$

nous avons montré (*Comptes rendus*, 16 septembre 1878) que, si b n'est pas

un entier positif, cette équation admet une intégrale holomorphe dans le voisinage de $z = 0$, s'annulant ainsi que sa dérivée pour cette valeur de z. De plus, si la partie réelle du coefficient b est positive, nous avons vu également que cette équation admet une infinité d'intégrales non holomorphes, s'annulant, ainsi que leur dérivée, pour $z = 0$.

» Examinons maintenant le cas où la partie réelle de b est négative. L'équation n'admettra alors aucune intégrale jouissant des propriétés précédentes. f et f' désignant l'intégrale holomorphe et sa dérivée, si l'on remplace v et v' par $f + v$ et $f' + v'$, l'équation prendra la forme

$$(1) \qquad z\frac{dv'}{dz} = av + bv' + \ldots,$$

le second membre ne contenant pas de termes indépeudants à la fois de v et de v'. Supposons d'abord qu'il n'y ait pas de termes indépendants de v'. On pourra suivre dans ce cas la méthode employée par MM. Briot et Bouquet dans un cas analogue.

» L'équation peut s'écrire

$$(2) \qquad z\frac{dv'}{dz} = bv'[1 + \varphi(v')] + v'\psi(v, z),$$

ou

$$\frac{dv'}{v'}(1 + \alpha v' + \ldots) = b\frac{dz}{z} + \frac{\psi(v, z)}{z}(1 + \alpha v' + \ldots)dz.$$

» Remarquons que, z tendant vers zéro, $\frac{\psi(v, z)}{z}$ tendra vers une limite, car $\frac{v}{z}$ tend vers zéro en même temps que z. Si l'équation admet une intégrale le long d'une certaine courbe, on aura, en désignant par v'_1 la valeur de v' en un point z_1 de cette courbe et intégrant sur celle-ci depuis le point z_1 jusqu'au point z,

$$\log\frac{v'}{v'_1} = \log\left(\frac{z}{z_1}\right)^b + \varepsilon.$$

» ε étant une quantité finie et même très-petite, si z et z_1 sont suffisamment voisins de l'origine, nous la représenterons par $\log(1 + \eta)$.

» Il viendra alors $\frac{v'}{v'_1} = \left(\frac{z}{z_1}\right)^b (1 + \eta)$.

» Quand z tend vers zéro, le module du premier membre tend vers zéro, tandis que celui du second augmente indéfiniment, la partie réelle de b

étant supposée négative. L'hypothèse qu'il existe une intégrale remplissant les conditions indiquées est donc inadmissible.

» La remarque suivante permet de ramener le cas général au cas particulier que nous venons de traiter. Désignons par $\varphi(u, z)$ une fonction holomorphe de u et z dans le voisinage de $u = 0$, $z = 0$, et s'annulant pour ces valeurs, mais supposons que $\left(\frac{d\varphi}{du}\right)_{\substack{u=0\\z=0}}$ soit différent de zéro. On peut choisir une fonction φ remplissant ces conditions de telle manière que, si l'on fait le changement de variable $v = \varphi(u, z)$, l'équation différentielle déterminant u ait la forme (2). Cette équation n'admettra donc pas d'intégrale s'annulant, ainsi que sa dérivée, pour $z = 0$; il en sera, par suite, de même pour l'équation donnée.

» Dans le cas où la partie réelle de b est positive, les considérations précédentes montrent que v' doit être de degré b; on en conclut sans peine qu'il n'y a pas d'autres fonctions satisfaisant à l'équation (1) et remplissant les conditions requises que celles qui ont été indiquées dans notre première Note.

» Revenons à l'équation

$$z\frac{dv'}{dz} = f(v, v', z),$$

en supposant que b soit un entier positif. Nous examinerons seulement le cas où b est égal à l'unité.

» Si c est égal à zéro, l'équation admet une infinité d'intégrales holomorphes. Posons, en effet, $v = \lambda z^2$, $v' = \mu z$. Nous aurons à considérer les équations

$$\frac{d\mu}{dz} = a\lambda + \ldots, \quad z\frac{d\lambda}{dz} = \mu - 2\lambda.$$

» Si λ_0 et μ_0 vérifient la relation $\mu_0 - 2\lambda_0 = 0$, ces équations admettent un système d'intégrales holomorphes prenant les valeurs λ_0 et μ_0 pour $z = 0$. Dans le cas où c n'est pas nul, nous posons

$$v = c\lambda\frac{z^2}{2} + c\left(\frac{z^2}{2}\log z - \frac{z^2}{4}\right),$$
$$v' = cz(\mu + \log z),$$

et les équations deviennent

$$\frac{du}{dz} = \frac{a\lambda}{2} + a\left(\frac{\log z}{2} - \frac{1}{4}\right) + \ldots, \quad z\frac{d\lambda}{dz} = 2(\mu - \lambda).$$

» Remplaçant ensuite z par z'^2, nous avons

$$\frac{d\mu}{dz'} = a\lambda z' + a\left(2z'\log z' - \frac{z'}{2}\right) + \ldots, \quad z'\frac{d\lambda}{dz} = 4(\mu - \lambda).$$

» Le second membre de la première de ces équations reste fini pour $z' = 0$. Si $\mu_0 = \lambda_0$, ces équations admettront un système d'intégrales prenant les valeurs λ_0 et μ_0 pour $z' = 0$. Pour démontrer ce point, nous avons recours, comme précédemment, à deux équations aux dérivées partielles, et nous obtenons les intégrales sous forme de séries procédant suivant les puissances croissantes de $z'lz'$ et de $\frac{1}{lz'}$. »

ÉLECTRODYNAMIQUE. — *Sur la théorie des machines du genre de celles de Gramme.* Note de M. **Ant. Breguet**, présentée par M. Cornu.

« La théorie du fonctionnement de la machine de Gramme, telle qu'elle est généralement présentée, ne rend qu'un compte imparfait de la réversibilité si complète de cet appareil.

» Le principe simple qui préside au mouvement de la roue de Barlow (1823), ainsi qu'à la production du courant dans le disque tournant de Faraday (1831), suffit pour expliquer en toute rigueur les deux fonctions de la machine de Gramme (source de courant et électromoteur).

» Le rôle caractéristique de son anneau de fer doux consiste à détourner les lignes de force du champ magnétique après qu'elles ont coupé une seule fois les spires de la bobine. Sans l'anneau, ces lignes traverseraient deux fois chacune des spires; elles donneraient ainsi naissance à deux forces électromotrices contraires et d'autant plus près d'être égales que les spires sont plus aplaties suivant une parallèle à l'axe de rotation. Le même anneau sert d'ailleurs à concentrer, dans la région occupée par la bobine, un plus grand nombre de lignes de force.

» Dans le mode d'enroulement du circuit de la machine de M. Van Alteneck, le noyau de fer doux intérieur à ce circuit n'a pour seul effet que d'exalter l'intensité du champ magnétique aux points où se meuvent les fils de la bobine.

» Il convient donc de remarquer, au point de vue de la théorie, que, bien que ces appareils dérivent tous deux du même principe d'électromagnétisme, les fonctions de leurs armatures de fer doux sont essentielle-

ment différentes : dans la machine de Gramme, l'anneau est *indispensable*, sauf dans le cas où les fils internes des spires se trouvent placés près de l'axe de rotation ; dans la seconde machine, le noyau intérieur ne sert qu'à permettre d'obtenir d'une machine donnée des effets beaucoup plus considérables.

» Dans le premier cas, l'introduction de l'armature est nécessaire ; dans le second, elle est seulement utile.

» L'expérience a montré que, dans ces machines, les frotteurs ou distributeurs de courant doivent occuper une position particulière différente de celle que la théorie semblait leur assigner, et cette anomalie apparente était toujours attribuée au *seul retard à la désaimantation de l'armature de fer doux*.

» Je pense avoir établi que la force coercitive, dont n'est jamais exempt le fer réputé le plus doux, n'agit que d'une façon tout à fait insignifiante pour produire ce déplacement des prises de contact.

» Le déplacement des frotteurs est une conséquence nécessaire des réactions qui s'exercent entre le champ magnétique des aimants excitateurs et le champ magnétique développé par les courants des fils de la bobine. (J'appellerai ce dernier *champ galvanique*, pour éviter toute confusion.)

» Un certain nombre d'expériences, entreprises sur diverses formes d'appareils de rotation électromagnétique, m'ont amené à formuler mes conclusions de la manière suivante :

« Lorsqu'on veut obtenir le meilleur effet possible du système constitué par un circuit mobile animé d'un mouvement de rotation dans un champ magnétique :

» 1° Si ce mouvement est causé par le passage du courant d'une source étrangère, le diamètre des prises de contact doit être déplacé, *en sens inverse de la rotation*, d'un angle d'autant plus grand que l'intensité du courant est plus considérable et que l'intensité du champ magnétique est plus faible ;

» 2° Si ce mouvement est destiné, au contraire, à engendrer un courant continu dans l'appareil, le même diamètre doit être déplacé *dans le sens de la rotation*. »

» Ces règles s'appliquent à tous les systèmes dont j'ai parlé, même à ceux qui ne comportent *aucune masse intérieure de fer doux*.

» Je dois faire remarquer que, dans le cas particulier où le champ magnétique est produit non par un aimant permanent, mais par un électro-aimant excité par le courant du circuit mobile, le déplacement des frotteurs est insensible pour de petites vitesses de rotation. Le champ magnétique et le champ galvanique sont en effet, dans ce cas, fonction l'un de l'autre. Dans de certaines limites, leurs intensités croissent ensemble sans qu'aucune

devienne prédominante. Au contraire, le champ magnétique d'un aimant permanent reste constant en présence d'un champ galvanique dont l'intensité peut augmenter de plus en plus; l'influence de ce dernier deviendra donc de plus en plus grande, et les modifications du champ résultant arriveront à être très-profondes. »

CHIMIE. — *Recherches chimiques sur les tungstates des sesquioxydes terreux et métalliques*. Troisième Note de M. J. LEFORT, présentée par M. Fremy. (Extrait par l'auteur.)

« Les tungstates compris dans ce Mémoire s'éloignent notablement, du moins quant à la constitution générale, de ceux que nous avons fait connaître précédemment [1], en ce que la proportion de l'acide tungstique et des sesquioxydes ne subit pas toujours la même loi de multiplication régulière; ainsi, tandis que dans les tungstates de monoxydes, sauf cependant ceux de mercure, les rapports de l'acide et de la base sont de 1 à 1 pour les tungstates neutres et de 2 à 1 pour les bitungstates, dans les tungstates de sesquioxydes, au contraire, la proportion de l'acide avec ces bases varie presque à chaque métal; il en résulte que ces sels sont tantôt avec excès d'acide, tantôt avec excès de base.

» I. TUNGSTATE D'ALUMINE. *Tungstate neutre.* — L'alun et le tungstate de soude donnent un précipité blanc, volumineux, soluble dans environ 1500 parties d'eau à $+15^\circ$ et qui a pour composition

$$3(TuO^3), Al^2O^3, 8HO.$$

» *Bitungstate.* — Deux solutions aqueuses concentrées, l'une d'alun, l'autre de bitungstate de soude, ne semblent d'abord pas produire de réaction; mais, après quelques instants, il se forme un dépôt blanc plus dense que le précédent, soluble dans 400 parties d'eau à $+15^\circ$.

» Ce sel est le bitungstate d'alumine, qui a pour formule

$$4(TuO^3), Al^2O^3, 9HO.$$

» II. TUNGSTATES DE FER. — L'acétate ferreux et le tungstate neutre ou le bitungstate de soude produisent des précipités qui représentent bien le tungstate neutre et le bitungstate de protoxyde de fer, mais ils sont telle-

---

[1] *Journal de Pharmacie et de Chimie*, t. XXVIII, p. 280 et 368, 4e série; 1878.

ment peu stables à l'air, qu'il nous a été impossible de les obtenir purs pour les soumettre à l'analyse. L'existence de ces deux sels n'en est pas moins certaine.

» *Tungstate ferrique bibasique.* — L'acétate ferrique et le tungstate neutre de soude donnent lieu à un précipité de couleur chamois, soluble dans environ 300 parties d'eau à + 15°, et qui a pour formule

$$3(TuO^3), 2(Fe^2O^3), 6HO.$$

» *Tungstate ferrique monobasique.* — Avec l'acétate ferrique, le bitungstate de soude fournit un dépôt jaune brunâtre, soluble dans environ 50 parties d'eau à + 15°, et qui a pour composition

$$2(TuO^3), Fe^2O^3, 4HO.$$

» III. Tungstates de chrome. *Tungstate basique.* — Le tungstate neutre de soude donne, avec l'acétate chromique, un précipité vert bleuâtre soluble dans environ 400 parties d'eau à + 15°, et qui se représente par

$$2(TuO^3), Cr^2O^3, 5HO.$$

» *Tungstate neutre.* — Le tungstate neutre de chrome s'obtient avec l'alun de chrome et le bitungstate de soude. Il est en poudre vert sale, peu soluble dans l'eau, et il a pour composition

$$3(TuO^3), Cr^2O^3, 3HO.$$

» *Bitungstate.* — Le bitungstate de soude et l'acétate chromique ne produisent pas de réaction apparente; mais, si l'on verse le mélange des solutions dans de l'alcool concentré, il se forme un dépôt vert foncé, poisseux, que l'eau décompose ensuite en une poudre blanc verdâtre qui constitue le bitungstate de chrome, ayant pour formule

$$4(TuO^3), Cr^2O^3, 6HO.$$

» Ce sel est soluble dans 50 parties d'eau à la température ordinaire.

» IV. Tungstates d'urane. *Tungstate basique.* — L'acétate d'urane et le tungstate neutre de soude produisent un dépôt jaune, amorphe, très-peu soluble dans l'eau, ayant pour composition

$$TuO^3, U^2O^3, 2HO.$$

» *Tungstate neutre.* — Si l'on remplace le tungstate neutre de soude par le bitungstate de cette base, on obtient encore avec l'acétate d'urane un précipité jaune plus clair que le précédent et également plus soluble dans l'eau; ce sel est le tungstate neutre de chrome, qui se représente ainsi :

$$3(TuO^3), U^2O^3, 5HO.$$

» V. TUNGSTATES D'ANTIMOINE. *Tungstate neutre?* — Une solution d'émétique, versée dans du tungstate neutre de soude, produit, après quelques minutes, un dépôt blanc, lourd, que les lavages décomposent et que nous supposons être le tungstate neutre d'antimoine; mais, comme les analyses de ce sel nous ont fourni des résultats assez variables entre eux, nous signalons son existence avec un point d'interrogation.

» *Tungstate acide.* — Une solution de bitungstate de soude versée dans une solution saturée d'émétique donne une poudre jaunâtre, lourde, notablement soluble dans l'eau sans décomposition, qui constitue un tungstate acide ayant cette formule :

$$5(TuO^3), Sb^2O^3, 4HO.$$

» VI. TUNGSTATES DE BISMUTH. — Dans de l'eau distillée contenant le dixième de son poids de glycérine, nous avons ajouté des cristaux de nitrate de bismuth; or, par cet artifice, nous avons pu étendre à volonté la solution sans produire de sous-nitrate de bismuth et, partant, sans mettre de l'acide nitrique en liberté.

» Cette liqueur, aussi concentrée que possible, versée dans une solution, également très-concentrée, de tungstate neutre de soude, y occasionne un précipité blanc que l'eau décompose en tungstate acide et en tungstate basique de composition très-variable. Ce résultat était facile à prévoir.

» *Bitungstate.* — Ce sel étant très-soluble dans l'eau, nous l'avons préparé au moyen du bitungstate de soude ajouté dans une solution de nitrate de bismuth, additionné d'acétate de soude afin d'éviter la production d'acide nitrique libre. On obtient alors, si les liqueurs sont très-concentrées, des cristaux blancs micacés qui ont pour formule

$$6(TuO^3), Bi^2O^3, 8HO\ ?.$$

» Nous devons ajouter cependant que cette formule est marquée d'un point d'interrogation, mais seulement quant à son hydratation, parce que la purification complète du sel est presque impraticable.

» Nous résumons dans le tableau suivant les formules des nouveaux composés étudiés dans ce Mémoire :

Tungstates d'alumine	$3(TuO^3), Al^2O^3,$	8HO
	$4(TuO^3), Al^2O^3,$	9HO
Tungstates de fer	$3(TuO^3), 2(Fe^2O^3),$	6HO
	$2(TuO^3), Fe^2O^3)$	4HO
Tungstates de chrome	$2(TuO^3), Cr^2O^3),$	5HO
	$3(TuO^3), Cr^2O^3,$	3HO
	$4(TuO^3), Cr^2O^3,$	6HO
Tungstates d'urane	$TuO^3, U^2O^3,$	2HO
	$3(TuO^3), U^2O^3,$	5HO
Tungstate d'antimoine	$5(TuO^3), Sb^2O^3,$	4HO
Tungstate de bismuth	$6(TuO^3), Bi^2O^3,$	8HO? »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Analyse de divers fragments métalliques provenant des sépultures péruviennes d'Ancon, près de Lima.* Note de M. A. TERREIL, présentée par M. Fremy.

« M. Hamy a bien voulu mettre à ma disposition cinq échantillons de fragments métalliques trouvés par M. Léon de Cessac, voyageur du Muséum d'Histoire naturelle, à Ancon, à 35 kilomètres au nord de Lima, dans des sépultures datant, très-vraisemblablement, du milieu du XVIe siècle.

» J'ai soumis ces fragments métalliques à l'analyse, pensant que la composition de ces alliages pourrait jeter quelque jour sur la métallurgie du Pérou au XVIe siècle. Ce sont ces analyses qui se trouvent résumées dans le tableau suivant :

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.	N° 5.
Argent	77,04	33,35	17,27	»	traces.
Or	tr. sens.	5,42	»	»	»
Cuivre	7,06	60,83	79,03	65,90	94,35
Zinc	»	»	»	32,04	»
Fer	»	»	»	1,05	»
Chlore	15,71	0,22	2,31	traces.	traces.
Oxygène, soufre, Arsenic, eau, Acide carbonique, etc. } non dosés.	0,19	0,18	1,39	1,01	5,53
Sable quartzeux	»	»	»	»	0,12
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Échantillon n° 1. — Lame d'argent recouverte d'une épaisse patine de chlorure d'argent. En traitant cet argent par l'acide azotique, on dissout le métal non altéré, et le chlorure d'argent reste sous forme de gaîne ayant deux fois l'épaisseur de l'argent métallique dissous. La présence du chlore dans tous les échantillons analysés est un fait dépendant de l'emplacement des sépultures qui se trouvent dans un sable marin.

» Dans cet échantillon, l'argent est uni au cuivre dans une proportion qui constitue un alliage au douzième, c'est-à-dire à $\frac{916}{1000}$ de fin.

» *Échantillon n°* 2. — Alliage de cuivre, d'argent et d'or, recouvert d'une patine verte contenant du chlore qui doit être uni au cuivre, car, lorsqu'on attaque le métal par l'acide azotique, on voit se former immédiatement du chlorure d'argent tout à fait blanc. Cet alliage est en plaques minces; il est dur et cassant.

» *Échantillon n°* 3. — Alliage de cuivre et d'argent en plaques minces, recouvertes d'une patine verte contenant également du chlore. Cet alliage est plus malléable que le précédent. Il ne contient pas d'or.

» *Échantillon n°* 4. — Laiton ayant sensiblement la composition des laitons fabriqués de nos jours. Sa patine verte contient des traces de chlore.

» *Échantillon n°* 5. — Cuivre rosette, très-malléable, recouvert d'une patine vert grisâtre, assez épaisse, et dans laquelle se trouvent incrustés des grains de sable quartzeux.

» Il résulte des analyses précédentes que, si l'échantillon n° 1 semble provenir d'une fabrication régulière, il n'en est pas de même des échantillons n° 2 et n° 3, dont la composition ne correspond pas à des alliages définis; les minerais de cuivre qui servaient à la fabrication de ce métal contenaient probablement de petites proportions d'argent et d'or qui sont restées dans ces alliages.

» La présence du laiton dans les sépultures péruviennes du XVIe siècle est un fait intéressant, qui prouve que déjà à cette époque le laiton était connu au Pérou, mais qu'il devait être importé d'Europe par les Espagnols, puisque le zinc n'existe pas dans ce pays. Du reste, M. Hamy a déjà signalé la présence de différents corps d'origine européenne dans les objets recueillis par M. Léon de Cessac dans les sépultures péruviennes d'Ancon. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des dérivés uriques de la série de l'alloxane (alloxane, uramile, murexide, etc.).* Note de M. E. GRIMAUX.

« Lorsqu'on chauffe jusqu'à 150 degrés un mélange d'acide malonique et d'urée avec un excès d'oxychlorure de phosphore, on obtient une masse jaune, formée de deux substances amorphes, peu solubles dans l'eau, qui, d'après des analyses encore insuffisantes, et surtout d'après leurs réactions, paraissent être des produits de condensation de la

malonylurée; en effet, il est facile de les transformer en alloxantine.

» On dissout dans l'acide azotique le produit brut de la réaction, et l'on fait passer dans la solution nitrique un courant d'hydrogène sulfuré, jusqu'à ce qu'elle précipite en violet par l'eau de baryte. On filtre alors, pour séparer le soufre, et l'on abandonne la liqueur dans le vide. Après vingt-quatre ou quarante-huit heures, il se dépose des cristaux qui possèdent les propriétés suivantes, caractéristiques de l'alloxantine.

» Ces cristaux sont peu solubles dans l'eau froide, facilement solubles dans l'eau bouillante; leur solution donne, avec l'eau de baryte, un précipité violet qui devient blanc par l'ébullition.

» Dissous dans l'eau additionnée de quelques gouttes d'acide azotique, ils donnent une solution qui colore l'épiderme en pourpre et fournit un précipité cristallin d'oxaluramile par le cyanure de potassium et l'ammoniaque (*alloxane*). Leur solution, portée à l'ébullition et additionnée de chlorhydrate d'ammoniaque, se remplit de fines aiguilles presque insolubles (*uramile*).

» Cet uramile, chauffé avec de l'eau et de l'oxyde d'argent, donne une liqueur pourpre qui, filtrée à chaud, laisse bientôt déposer des prismes quadrilatères, verts par réflexion, rouges par transparence, dont la forme cristalline, la couleur et les réactions se confondent avec celles de la *murexide*.

» L'ensemble de ces caractères ne laisse aucun doute sur la nature du corps obtenu par synthèse, et qui doit être identifié avec l'alloxantine. Ainsi se trouve réalisée *la synthèse de tous les dérivés de l'acide urique*, puisque j'ai déjà fait connaître la reproduction de l'allantoïne et des dérivés parabaniques.

» Il est à remarquer que l'action de l'urée et de l'oxychlorure de phosphore sur l'acide malonique permet de caractériser de très-petites quantités de cet acide. Il suffit, en effet, de chauffer un centigramme d'acide malonique ou d'un malonate avec autant d'urée et deux ou trois gouttes d'oxychlorure de phosphore, et de traiter successivement à chaud par l'acide azotique, puis par l'ammoniaque, pour obtenir une couleur pourpre, identique à celle que fournit l'acide urique. L'acide tartronique (oxymalonique) se comporte comme l'acide malonique. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur quelques causes d'inversion du sucre de canne et sur les altérations consécutives des glucoses formés.* Note de M. **Durin**, présentée par M. Peligot. (Extrait.)

« .... Mes essais m'ont amené à considérer les formations du glucose, pendant les opérations du raffinage, comme des accidents et non comme une conséquence nécessaire du glucose préexistant. L'action du ferment, déterminée par M. Gayon, ne peut se continuer à la température à laquelle sont soumis les sirops pendant le raffinage. Les altérations glucosiques qui s'y produisent quelquefois sont d'un ordre purement chimique et peuvent être évitées.

» La chaleur, l'eau et le temps sont autant d'éléments desquels dépend la transformation partielle du sucre de canne en glucose. L'action de ces mêmes agents, prolongée au delà de l'inversion, modifie le glucose luimême, en change les propriétés optiques et fermentescibles, et l'altère même plus profondément. Des produits caramélins et les acides déterminés par M. Peligot accompagnent ces modifications; ces acides agissent, à leur tour, sur le sucre de canne et en accélèrent l'inversion [1].

» Voici le résumé des expériences que j'ai faites :

» Lorsqu'on soumet, pendant trente-six à quarante heures, une solution de sucre pur d'abord et des solutions contenant 2, 3, 8, ..., 60 pour 100 de glucose, outre du sucre cristallisable, à une température de 70 à 75 degrés, il n'y a aucune altération ni aucune transformation de sucre en glucose, l'alcalinité étant évaluée à $\frac{1}{10000}$ Ca O. Si l'on continue à chauffer pendant soixante-quinze heures, cent quatorze heures, l'alcalinité disparaît, et plus tard l'acidité se déclare, l'inversion commence et cependant n'est nullement proportionnelle à la quantité de glucose préexistant.

» Si l'on continue le chauffage plus longtemps, que la solution soit composée de sucre pur ou de mélange de sucre et de glucose, on observe une inversion générale et non proportionnelle de sucre de canne.

» Enfin, si l'on maintient l'alcalinité du sirop, il n'y a pas d'inversion nouvelle.

» Les solutions dont nous nous sommes servi contenaient 61,34 pour

---

[1] Biot, Soubeiran, Dubrunfaut ont depuis longtemps constaté ces altérations; mais le remède a été en même temps indiqué par M. Dubrunfaut, lorsqu'il recommande si instamment le travail alcalin des solutions sucrées.

100 de sucre pur, et les mélanges, depuis 60 pour 100 de sucre et 0,85 de glucose jusqu'à 30,50 de sucre et 21 de glucose.

» Les solutions de glucose pur se modifient elles-mêmes; leur pouvoir optique diminue et la fermentation alcoolique de ces glucoses chauffés devient lente et incomplète [1].

» Bien que la durée de chauffage, la température, la concentration, fassent varier la rapidité et l'intensité des inversions, nous pouvons écarter des causes de cette inversion l'action du ferment des sucres, observée par M. Gayon, puisque l'inversion est proportionnelle à la température de chauffage, ce qui n'arriverait pas dans une action de fermentation.

» Nous constatons enfin que l'inversion du sucre, sous les influences combinées de l'eau et de la chaleur, est un phénomène chimique dont on n'oserait déterminer la formule, mais qui acquiert de l'intensité lorsque les solutions sont neutres ou acides, et qui est suspendu par l'alcalinité [2]. »

ZOOLOGIE. — *Sur les pontes des Abeilles.* Note de M. **M. Girard**, présentée par M. Milne Edwards.

« Dans une Note adressée à l'Académie le 9 septembre 1878, M. J. Pérez a pensé pouvoir infirmer le système de Dzierzon, d'après ce fait qu'une mère jaune ou italienne, ayant été fécondée par un mâle noir, la ruche a présenté un mélange de faux Bourdons jaunes, noirs et métis. M. J. Pérez a observé, avec plus de précision qu'on ne l'avait encore fait, une circonstance qui avait déjà été signalée. M. A. Sanson (séance du 28 octobre 1878) attribue à un atavisme noir chez la mère italienne jaune le mélange des faux Bourdons, sans qu'il y ait lieu d'admettre une intervention directe de son mâle noir, ce qui serait contraire au système de Dzierzon, bien établi par l'expérience.

» Je crois que l'explication véritable de l'observation de M. J. Pérez provient d'un fait général, chez les Hyménoptères sociaux, et qui est pour la nature un moyen supplémentaire d'assurer la reproduction de leur

---

(1) La température de chauffage des solutions a toujours été inférieure à leur point d'ébullition.

(2) L'examen des mélasses de raffinerie confirme ces données d'expérience directe, puisque les mélasses issues d'un travail de raffinerie alcalin sont presque exemptes de glucose.

mmense postérité. Outre les mères normales, très-fécondes et à ponte incessante, il y a des ouvrières fertiles et pour lesquelles on n'observe pas d'accouplement, qui est peut-être même impossible pour diverses causes. Elles sont bien constatées et fréquentes chez les Guêpes et les Polistes; on leur attribue, dans les Bourdons, le nombre considérable de mâles qu'on observe à l'arrière-saison. Elles existent chez certaines espèces de Fourmis, notamment *Formica sanguinea* (M. A. Forel). Les ouvrières fertiles ont été reconnues il y a longtemps chez les Abeilles (Riem, en 1768); mais, jusqu'à une époque récente, on croyait très-rares et accidentelles ces ouvrières fertiles, ne pondant que des œufs de mâles, comme les reines *bourdonneuses* et conformément au système de Dzierzon. On sait qu'elles sont au contraire fréquentes et qu'elles coexistent avec la reine dans un grand nombre de ruches. Comme il y avait, dans la ruche de M. J. Pérez, un mélange d'ouvrières jaunes, noires et métisses, on comprend que la fertilité de certaines ouvrières des deux dernières sortes suffit pour expliquer le mélange des faux Bourdons jaunes, noirs et métis. On a même trouvé, dans le cas d'une ruche analogue, une ponte exclusive de faux Bourdons noirs (*voir* journal *l'Apiculteur*, numéro d'août 1878). Il y a plus : une mère italienne jaune, fécondée, non plus par un mâle noir, mais par un mâle italien jaune et de sa race (c'est le cas des reines italiennes envoyées par les marchands), étant donnée comme mère, par essaimage artificiel, à une colonie orpheline d'Abeilles noires, on voit paraître, au bout de quelque temps, non-seulement de nombreux faux Bourdons jaunes, mais aussi des faux Bourdons noirs. Ces derniers ne peuvent, ce me semble, provenir que d'ouvrières noires fertiles, car, pour trouver les ancêtres noirs de M. A. Sanson, il faudrait faire remonter l'atavisme dans la nuit des âges, plus loin peut-être que les Abeilles de Virgile. Pour décider la question d'une manière définitive et irréfutable, il faut employer la méthode d'élimination et séparer, par des séquestres convenables, les pontes de la reine et des ouvrières fertiles. »

ZOOLOGIE. — *Détermination spécifique des ossements fossiles ou anciens de Bovidés*. Note de M. A. Sanson, présentée par M. Milne Edwards.

» Les études comparatives que je poursuis sur les ossements fossiles ou anciens de Bovidés conservés dans les Musées, ou d'après des dessins reconnus exacts, en prenant pour base la caractéristique spécifique basée

sur la transmission héréditaire des formes craniologiques chez les espèces actuellement vivantes, m'ont conduit à des résultats que je demande la permission de communiquer à l'Académie.

» L'Aurochs de Cuvier, le *B. urus* de Bojanus, le *B. priscus* d'Allen, le *B. latifrons* de Horlan, et le *B. antiquus* de Leydy, sont tous des Bisons qui ne diffèrent point spécifiquement du *B. americanus* et du *B. europæus*, actuellement vivants. Ce sont tout au plus des variétés d'une même espèce. Cela paraît, du reste, admis aujourd'hui par tout le monde. Il n'en est pas de même pour le groupe des Bovidés taurins, au sujet duquel il existe beaucoup d'incertitude et de confusion.

» Le *B. primigenius* de Bojanus, considéré comme éteint, est encore représenté aujourd'hui par une race nombreuse, dont les diverses variétés occupent la surface de terrain comprise entre l'embouchure de la Loire et celle de la Gironde, et s'étendant vers le sud-est jusqu'au mont Aubrac. J'ai assigné à son espèce le nom de *B. taurus ligeriensis*, dans la nomenclature zootechnique. Entre les formes craniologiques de cette espèce vivante et celles du *B. primigenius*, il n'y a aucune différence appréciable. Le volume absolu du squelette s'est seulement réduit avec le temps. Les conditions actuelles de la vie rendent facilement compte d'une telle réduction, qui s'est produite sous l'influence d'une loi naturelle bien connue et fonctionnant sans cesse sous nos yeux dans le même sens.

» Le *B. trachoceras* de Meyer et le *B. frontosus* de Nilson appartiennent à une seule et même espèce, qui est celle de notre *B. taurus jurassicus*. Sa race, en voie constante d'extension, parce qu'elle est très-prospère, peuple actuellement les cantons suisses de Berne et de Fribourg, où elle est connue sous le nom de *Fleckviehrasse*, en France la Bresse et la vallée de la Saône, où elle est appelée *bressane, comtoise, femeline et charolaise*. Elle s'étend de plus en plus vers le centre de la France, dans la Nièvre, le Cher et l'Allier. On la trouve aussi disséminée en Allemagne, en Autriche et en Italie. Rütimeyer a déjà reconnu et signalé l'identité entre le bétail suisse en question, l'un des types trouvés au fond des habitations lacustres, et le *B. frontosus* de Nilson.

» Le *B. longifrons* de R. Owen, que les auteurs allemands rattachent au *B. primigenius*, ainsi que plusieurs autres espèces actuellement vivantes qui en diffèrent tout autant, n'est pas autre chose qu'un représentant ancien de *B. taurus batavicus* de notre classification zootechnique. Les restes ainsi qualifiés par Owen n'ont d'ailleurs jamais été trouvés, à notre connaissance, en dehors de l'aire géographique naturelle de la race des Pays-

Bas, comprise dans le bassin de la mer du Nord et s'étendant en Angleterre, en Hollande, en Belgique, dans le nord de la France et dans le nord de l'Allemagne. Le type craniologique de cette race a les caractères les plus nettement tranchés, et il est à peine croyable qu'il ait pu être confondu avec celui du *B. primigenius*, qui s'en écarte de tout point. La qualification adoptée par Owen se conçoit mieux, en songeant que, sans doute, le savant anglais n'a pas pris le soin de le comparer avec aucune espèce vivante, dans la conviction où il était qu'il s'agissait d'un type éteint.

» Le *B. brachyceras* de Rütimeyer, sur la survivance duquel il n'y a pas de doute, puisque son auteur lui attribue tout le bétail brun (*Braunvich*) actuel de la Suisse, n'a que l'inconvénient d'être mal nommé. Il n'est point le seul, en effet, qui ait les chevilles osseuses frontales courtes. Il a cela de commun avec le précédent, qui, généralement, les a même plus courtes que lui. Nous lui avons donné le nom de *B. taurus alpinus*, parce que sa race occupe les Alpes suisses, allemandes, noriques, italiennes et françaises, où elle a formé de nombreuses variétés.

» Enfin, le prétendu *B. brachycephalus* de Wilekens, récemment signalé et qui n'a encore été admis que par son auteur, comme ayant laissé des restes dans les tourbières de Laybach, dériverait, d'après lui, du Bison européen. Il signale son existence actuelle dans une population bovine du Tyrol, qu'il avait auparavant considérée comme métisse de *frontosus* et de *brachyceras*. C'est cette dernière détermination qui paraît la plus probable. Elle est en contradiction avec l'admission d'un type naturel.

» En résumé, on voit que les ossements de Bovidés trouvés jusqu'à présent dans les gisements antérieurs à l'époque géologique actuelle se partagent entre le groupe des Bisons et celui des Taureaux, que les premiers se rattachent tous à l'espèce actuellement vivante du *B. americanus*, et les seconds à quatre espèces vivantes aussi et expérimentalement déterminées par leurs caractères craniologiques. Ces quatre espèces (¹) sont celles du *B. taurus ligeriensis*, du *B. taurus jurassicus*, du *B. taurus batavicus* et du *B. taurus alpinus*. Les deux premières sont brachycéphales, et les deux dernières dolichocéphales. Elles ne sont point les seules du groupe des Bovidés taurins; ce groupe en compte encore plusieurs autres, tout aussi nettement caractérisées; mais, à ma connaissance, leurs restes anciens n'ont encore été trouvés nulle part.

» La nomenclature qui les désigne, et qui est celle de la Zootechnie

(¹) Ou races (Edw.).

scientifique, a pour base essentielle la considération de l'aire géographique naturelle de la race qui représente chacune d'elles. Leur nom est composé de celui du genre, de celui du groupe auquel elles appartiennent dans ce genre, et du qualificatif spécifique tiré de l'aire géographique. Ce qualificatif a paru préférable à celui qui aurait pu être fourni par la morphologie. Celui-ci aurait eu certainement des avantages, au point de vue paléontologique, en admettant qu'il eût pu être, dans tous les cas, suffisamment précis et expressif, ce que les tentatives antérieures ne semblent point avoir montré. Mais, en Zootechnie, les rapports nécessaires entre les aptitudes et le milieu naturel sont tellement importants, que l'utilité de l'indication de ce milieu par le nom spécifique a dû primer toutes les autres considérations. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *De la présence dans l'air du ferment alcoolique.* Note de M. P. Miquel, présentée par M. Sédillot.

« D'après les belles recherches de M. Pasteur, l'atmosphère est le véhicule de tous les ferments, et c'est aux poussières organisées charriées par le vent que l'on doit attribuer les cas plus ou moins fréquents des fermentations spontanées dont on est le témoin. D'autres auteurs ont assigné aux ferments une autre origine, et ont admis que les substances plastiques renfermées dans les liquides fermentescibles pouvaient s'organiser sous l'action de forces occultes et donner naissance aux ferments figurés.

» Je me contenterai d'apporter aujourd'hui quelques faits qui me paraissent venir à l'appui de la théorie physiologique de la fermentation alcoolique établie par M. Pasteur, dans des Mémoires déjà anciens et dans un Ouvrage paru plus récemment (1).

» Quand on expose à l'air, au mois de septembre et dans les vignobles du midi de la France (2), du moût de raisin stérilisé, contenu dans des vases dépourvus de tout germe, il arrive habituellement que le moût entre en fermentation au bout de quelques jours. Sur trente-six expériences, j'ai constaté trente-six cas de fermentation alcoolique spontanée, alors même que plusieurs vases renfermant le suc de raisin étaient placés dans diverses pièces d'une habitation.

(1) *Études sur la Bière*, 1875, Gauthier-Villars.

(2) Ces expériences ont été effectuées dans la commune de Gaillac (Tarn), dont la superficie totale est égale à 5073 hectares et dont le sol, planté en vignes, occupe environ une étendue de 3300 hectares.

» D'après mes observations, ces cas si fréquents de fermentation alcoolique sont dus aux moucherons de la vendange, qui transportent à travers l'espace la levûre du vin attachée à leurs trompes et à diverses parties de leur corps. Que l'on vienne, par un dispositif approprié, à préserver le moût de raisin, bouilli et limpide, de l'approche de ces insectes, tout en permettant à l'air de circuler librement avec les microbes nombreux qu'il tient en supension, le moût donne le plus souvent des moisissures et ne fermente pas.

» Ce fait démontre donc qu'on serait le jouet d'une illusion, si l'on mettait sur le compte des poussières organisées de l'atmosphère *tous* les cas de fermentation alcoolique spontanée; d'un autre côté, il est aisé de prouver que l'air en mouvement transporte réellement la levûre alcoolique.

» Ayant ouvert et refermé, dans le même vignoble, 82 ballons scellés de 250 à 300 centimètres cubes, contenant du moût de raisin stérilisé par une ébullition de cinq minutes, j'obtins par ce moyen trois cas de fermentation alcoolique : le premier fut produit par une levûre elliptique; le second par un ferment circulaire très-actif; le dernier par une levûre de mucor, dont les grains mesuraient quelquefois $\frac{37}{1000}$ de millimètre.

» 11 ballons de 1 litre de capacité, semblablement préparés, furent de même ouverts et refermés avec le plus grand soin. Deux nouveaux cas de fermentation alcoolique se produisirent, et la levûre trouvée dans les deux ballons était circulaire, pure et très-active.

» 20 ballons témoins, remplis d'air filtré, ne s'altérèrent en aucune façon.

» La levûre alcoolique est donc dans l'air, et j'ajouterai qu'elle abonde dans la localité où j'ai expérimenté, tandis qu'à Paris, dans le parc de Montsouris, je n'ai pu, en répétant ces sortes d'expériences, obtenir un seul cas de fermentation alcoolique spontanée.

» J'ajouterai également, en terminant, qu'à Paris il n'est pas difficile d'apporter sous le microscope de nombreux microbes ressemblant exactement aux levûres alcooliques. Dans quelques essais d'ensemencement, ces organismes, introduits dans du moût stérilisé avec les spores de moisissure qui les accompagnaient, ne le firent pas fermenter. Il reste alors à penser, ou bien que ces fructifications appartiennent à des cryptogames dont les fonctions physiologiques diffèrent de celles des levûres alcooliques, ou bien que la germination de ces espèces peut être entravée par le développement rapide de moisissures envahissantes. Dans le cours de ces recherches, j'ai été témoin de plusieurs exemples de fermentation, éternisée ou suspendue par l'accroissement excessif de quelques microphytes. »

BOTANIQUE. — *Organisation de l'*Hygrocrocis arsenicus *Bréb.* Note de M. L. **Marchand**, présentée par M. Chatin.

« Le végétal qui fait le sujet de cette Communication est un organisme d'autant plus singulier, qu'il se développe dans les liqueurs arsénicales, c'est-à-dire dans un milieu réputé aussi funeste et aussi mortel pour les plantes que pour les animaux ([1]).

» L'envahissement de la solution débute sous forme d'un nuage opalin en suspension dans le liquide. Ce nuage, examiné au microscope, se montre sous forme d'une masse glaireuse parsemée de points brillants, fine poussière dont les grains sont si ténus qu'ils ne peuvent être mesurés.

» Plus tard, la tache grossit et se colore au centre. La périphérie est restée glaireuse, mais le centre (partie plus ancienne) montre des globules dans des tubes dont la paroi, avec l'âge, devient moins indécise. Ces tubes sont ramifiés, puis leur contenu devient homogène. A mesure que l'âge avance, le cloisonnement se fait, les cloisons, d'abord fort éloignées, se rapprochant de telle façon que les cellules qui se trouvent ainsi limitées sont égales dans tous leurs diamètres.

» D'abord la masse est restée opaline et flottante dans le liquide si le flacon n'a point été agité; plus tard le nuage devient obscur vers le centre, et enfin il présente un point brunâtre qui s'accroît, gagne la périphérie; les portions opalines sont envahies, et la masse, devenue entièrement brunâtre, se précipite au fond du flacon. Examinée alors à un faible grossissement, elle ressemble à une petite châtaigne de 1 à 3 millimètres de diamètre, hérissée de pointes. Ces pointes sont les extrémités des filaments, qui sont pour la plupart devenus toruleux, bossus, inégaux, quelques-uns monili-

---

([1]) Récolté pour la première fois en 1836, par M. Boutigny, pharmacien à Évreux, ce cryptogame fut présenté à l'Académie des Sciences par Bory Saint-Vincent, qui le rapporta aux genres *Hygrocrocis* ou *Leptomitus*, ce que de Brébisson confirmait en le nommant *Hygrocrocis arsenicus*. En 1841, M. Louyet le retrouvait en Belgique et le présentait à l'Académie des Sciences de Bruxelles. Depuis, quoique tous les pharmaciens aient pu le voir dans leurs flacons à préparations arsénicales, il n'a attiré l'attention de personne, et moi-même je ne m'en fusse point occupé sans M. Blondin, pharmacien à Choisy-le-Roi, qui me força en quelque sorte à l'étudier, en me signalant l'insistance particulière avec laquelle cette plante envahissait sa liqueur de Fowler, malgré tous ses soins.

Dès 1876, je m'occupai de suivre les différentes phases de la vie de cette plante, et c'est la première partie des résultats de cette recherche que je communique aujourd'hui.

formes. De leurs bosselures partent des filaments nouveaux qui se ramifient, ou bien de petites ampoules qui sont hyalines et pyriformes. La masse devient de plus en plus brune, et enfin complétement noire : la plante est en fructification.

» A ce moment, si l'on examine les éléments qui la composent, on trouve :

» 1° Que les filaments de la périphérie se sont allongés démesurément en tubes hyalins, qui se terminent en une masse glaireuse qui enveloppe le petit végétal et forme autour de lui comme un nuage qui rappelle le nuage du début; dans ce lacis et dans cette masse glaireuse flottent des spores et des débris d'organes divers;

» 2° Que tous les filaments du centre ont pris des formes nouvelles. Les filaments toruleux moniliformes ont grossi et sont devenus presque complétement noirs. Leur contenu est désormais impossible à apercevoir; ils se désarticulent avec une facilité extrême. Les filaments bossus, irréguliers, se désarticulent de même avec facilité; ils sont moins foncés en couleur, mais les ampoules pyriformes qu'ils ont formées sont devenues des sporangioles très-foncées, surtout du côté de la pointe qui les attache au filament; à leur partie opposée, qui est renflée, ils s'entr'ouvrent par une déhiscence en deux lèvres et laissent échapper chacun deux à trois spores incolores, hyalines, manifestement munies d'une membrane. Les extrémités de ces mêmes filaments, qui sont restés réguliers et dont les cellules sont rectangulaires, plus ou moins allongées, se terminent par des bouquets de spores : les unes, arrondies, sont rangées en files ombellées, autour de la cellule supérieure; les autres, allongées en bâtonnets qui deviennent de plus en plus petits à mesure qu'on s'avance vers les extrémités, sont en grappes ramifiées. Toutes deux rappellent les *Spicaria*.

» Il faut peut-être encore ranger parmi les moyens de reproduction des corps que nous avons rencontrés en moins grand nombre que les précédents; ils sont plus gros que les spores des sporangioles, réticulés à la surface, marqués d'une étoile ordinairement à trois rayons. Je les ai le plus souvent trouvés libres; dans un cas, l'un d'eux m'a paru porté par un filament, et il semblait embrassé à sa base par deux rameaux qui étaient recourbés vers lui.

» De ces recherches, je tirerai la conclusion suivante : l'*Hygrocrocis arsenicus*, que l'on plaçait autrefois dans la classe des Algues, parmi les Leptomitées, est un Champignon de la tribu des Dématiées : confirmation pratique d'opinions émises *a priori* par MM. Decaisne, Bornet, Van Tieghem, etc. »

M. le **Ministre de la Marine** transmet à l'Académie la copie suivante d'une dépêche du capitaine du navire *le Limousin*, de Bordeaux :

Quitté Gorée le 23 septembre. Le 13 octobre, entre Madère et les Açores, après un jour de calme reçu une forte secousse de tremblement de terre, et, après, les vents de sud-ouest nous ont pris. Rentré en rivière le 22 octobre, sans aucun incident.

Signé : Montaudry.

M. **Mimault** demande l'ouverture d'un pli cacheté, déposé par lui le 28 octobre dernier.

Ce pli, ouvert en séance, contient le croquis d'un appareil que l'auteur propose pour le tirage de la Loterie nationale. J. B.

La séance est levée à 5 heures.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 11 novembre 1878.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844, publiée par les ordres de M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce; t. LXXXIX. Paris, Imp. nationale, 1878; in-4°.

Direction générale des douanes. Tableau général du commerce de la France avec ses colonies et les puissances étrangères pendant l'année 1877. Paris, Imp. nationale, 1878; in-4°.

Bulletin mensuel de l'Observatoire de Zi-ka-wei, près Chang-haï, Chine; juin 1878. Zi-ka-wei, 1878; in-4°.

Bulletin international du Bureau central météorologique de France; n°s 305 à 311, du 1er au 7 novembre 1878; 7 livr. in-4° autogr.

Détermination de la différence des longitudes entre Paris-Marseille et Alger-Marseille; par M. Lœwy et M. Stephan. Paris, Gauthier-Villars, 1878; in-4°. (Extrait du t. Ier des *Annales de l'Observatoire de Marseille.*)

Leçons élémentaires d'hygiène; par M. H. George. Paris, Delalain; in-12. (Présenté par M. Milne Edwards.)

Esthétique musicale. Essai sur les lois psychologiques de l'intonation et de l'harmonie; par le Dr A. Camiolo. Paris, Heugel, 1878; in-8°.

Manuel pratique d'analyse des vins, fermentation, alcoolisation, falsifications; par E. Robinet fils; 3e édition. Paris, A. Lemoine, 1879; in-12. (Présenté par M. Ch. Robin.)

Wagner et Gautier. *Nouveau Traité de Chimie industrielle;* t. II, fascicule 8. Paris, F. Savy, 1879; in-8°.

Rapport sur les travaux : 1° du Conseil central d'hygiène publique et de salubrité de la ville de Nantes et du département de la Loire-Inférieure ; 2° des Conseils d'hygiène des arrondissements; 3° *des médecins, des épidémies, etc., pendant l'année* 1877, *présenté à M. le comte* de Brancion. Nantes, imp. Vve Mellinet, 1878; in-8°.

Rapport fait à la Société de Biologie sur la métalloscopie du Dr Burq au nom d'une Commission composée de MM. Charcot, Luys et Dumontpallier, rapporteur. Paris, typ. F. Malteste, 1877; in-8°. (Présenté par M. Vulpian.)

Second Rapport fait à la Société de Biologie sur la métalloscopie et la métallothérapie du Dr Burq, au nom d'une Commission composée de MM. Charcot, Lhuys et Dumontpallier, rapporteur. Paris, imp. Cusset, 1878; in-8°. (Présenté par M. Vulpian.)

Théorie mathématique des assurances sur la vie; par M. E. Dormoy. Paris, Gauthier-Villars, 1878; 2 vol. in-8°.

Maladies du système nerveux, leçons faites à la Faculté de Médecine de Montpellier; par le Dr J. Grasset. Montpellier, C. Coulet; Paris, V.-A. Delahaye, 1879; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. Vulpian, pour le Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1879.)

Études phycologiques. Analyses d'algues marines; par M. Gustave Thuret, publiées par les soins de M. le Dr Ed. Bornet. Paris, G. Masson, 1878; in-folio. (Présenté par M. Decaisne.)

ERRATA.

(Séance du 22 octobre 1878.)

Page 608, lignes 6-9, *au lieu de* 1,360 ; 0,773 et 1,042 ; 0,974, *lisez* 1,360 ; 0,974 et 1,042 ; 0,773.

(Séance du 4 novembre 1878.)

Page 686, lignes 6-8, *au lieu de* avril + 0,10 ; mai + 0,16 ; juin + 0,25, *lisez* avril — 0,03 ; mai + 0,10 ; juin + 0,16.